

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Голова оргкомітету	– Мартинюк Віктор Семенович, проректор з наукової роботи
Співголова оргкомітету	– Городній Михайло Федорович, декан механіко-математичного факультету
Члени оргкомітету:	– Жук Ярослав Олександрович, професор, зав.кафедри теоретичної та прикладної механіки, – Маципура Володимир Тимофійович, професор, – Зражевський Григорій Михайлович, доцент, – Лебедєва Ірина Валеріївна, доцент, – Улітко Ігор Андрійович, доцент, – Борисейко Олександр Віталійович, доцент, – Харитонов Олексій Михайлович, доцент, – Куценко Олексій Григорович, доцент, – Курилко Олександр Борисович, асистент, – П'ятецька Олена Василівна, ст. наук. співробітник – Остос Олександр Хосейович, аспірант, – Троценко Ярослав Павлович, аспірант

Відповідальний секретар оргкомітету

Жук Ярослав Олександрович, зав.кафедри теоретичної та прикладної механіки, р.(044)259-03-07, м. (097)490-11-89

Секретарі оргкомітету

Яковенко Катерина Іванівна, пров.інж., р.(044)259-03-07, м.(067)502-99-99

Пучко Наталія Петрівна, пров.інж.-матем., р.(044)521-33-34, м.(067)683-45-34

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

Грінченко В.Т., академік НАН України, директор Інституту гідромеханіки НАН України

Кубенко В.Д., академік НАН України, заступник директора Інституту механіки

ім. С.П. Тимошенка НАН України

Морозов М.Ф., академік РАН, Санкт-Петербуржський державний університет, РФ

Гудрамович В.С., член-кор. НАН України, зав. відділу Інституту технічної механіки

НАН України і НКА України

Кушнір Р.М., член-кор. НАН України, директор ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України

Нікішов В.І., член-кор. НАН України, заст. директора Інституту гідромеханіки НАН України

Вайсфельд Н.Д., зав. кафедри Одеського національного університету ім. І.І. Мечникова

Григоренко О.Я., зав. відділу Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Дзюба А.П., професор Дніпропетровського національного університету ім. О. Гончара

Жук Я.О., зав. кафедри Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

Карнаухов В.Г., зав. відділу Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Лобода В.В., зав. кафедри Дніпропетровського національного університету ім. О. Гончара

Попов В.Г., зав. кафедри Одеської національної морської академії

Сулим Г.Т., зав. кафедри Львівського національного університету ім. Івана Франка

Гуржій О.А., професор Національного технічного університету України «КПІ»

Маципура В.Т., професор Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

Можаровський В.В., професор Гомельського державного університету

ім. Франциска Скорини, Білорусія

Краснопольська Т.С., пров. наук. співр. Інституту гідромеханіки НАН України

Сенченков І.К., головний наук. співр. Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Зражевський Г.М., доцент Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

Олійник В.Н., ст. наук. співр. Інституту гідромеханіки НАН України

Улітко І.А., доцент Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

Guz, I.A., 6th Century Professor, University of Aberdeen, Scotland, UK

Kashtalyan, M.Yu., Professor, University of Aberdeen, Scotland, UK

Muller, W., Professor, Technical University of Berlin, Germany,

Silberschmidt, V., Professofof, Loughborough University, UK

Zhupanska, O.I., Associate Professor, University of Iowa, USA

ЗМІСТ

<i>Андрущенко В.О., Рево С.Л., Мельниченко М.М.</i> Визначення напруження початку пластичної течії нанокompозитних матеріалів методом мікроіндентування	9
<i>Андрущенко В.О., Мурсалімов М.Х., Лендел В.В., Абрамов О.А.</i> Дослідження динамічних характеристик резини резонансним методом	10
<i>Бабаєв О.А., Янчевський І.В.</i> Збудження п'єзокерамічного шару нестационарними електричними сигналами з врахуванням процесів у протяглому кабельному тракті	11
<i>Балабанов В.О., Кізілова Н.М.</i> Математичне моделювання стаціонарної та хвильової провідності артеріальних систем як бінарних дерев	12
<i>Belovickis J., Samulionis V., Banys J., Silibin M.V., Solnyshkin A. V., Sysa A. V.</i> Impact of CNT on mechanical properties of ferroelectric polymer based composite	13
<i>Бобилєв Д. Є.</i> Дуальний метод граничних елементів для знаходження напружено-деформованого стану пластин із тріщинами	14
<i>Бобылёва Т. Н.</i> Метод вычисления напряжений в слоистой упруго-ползучей среде	15
<i>Богданов В. Л.</i> Підходи до дослідження проблем руйнування матеріалів в умовах дії спрямованих вздовж тріщин зусиль	16
<i>Богданова О. С.</i> Про вплив двовісності навантаження на початкові етапи руйнування ортотропної в'язкопружної пластини з тріщиною	17
<i>Борисейко О.В., Денисенко В.І., Діденко Ю.Ф.</i> Коливання циліндричної п'єзооболонки, заповненої рідиною	18
<i>Борисейко О. В., Лебедева І. В., Яцук В. М.</i> Коливання металевих та напівпровідникових наночастинок	19
<i>Вайсфельд Н. Д., Мойсєєнок О. П., Фесенко Г. О.</i> Хвильове поле пружного шару з циліндричним отвором	20
<i>Вовк І. В., Маципура В. Т., Троценко Я. П.</i> Особливості руху потоку в циліндричному каналі зі стенозами	21
<i>Вовк І. В., Грінченко В.Т., Маципура В. Т.</i> Про моделювання випромінювання звуку надзвуковим струменем	22
<i>Годес А. Ю., Лобода В.В.</i> Дуговая трещина в электрострикционном композите	23
<i>Горошко І. О.</i> Підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації на прикладі моделі згинних коливань лопаті вітрової турбіни	24
<i>Горошко И.О., Горошко О.А.</i> Уточнение модели динамики трубы с протекающей в ней жидкостью	25
<i>Gorshkov Vyacheslav N., Navadeh Navid, Sareh Pooya, Tereshchuk Vladimir V., Fallah Arash S.</i> Sonic metamaterials: influence of topology on dispersion surface morphology	26

<i>Грибовский Г. В., Щербаков С. С.</i> Конечно-элементное моделирование контактного взаимодействия и объёмной повреждаемости системы «автомобильная шина–асфальтобетон»	27
<i>Григоренко О. Я., Борисенко М. Ю., Бойчук О. В., Васильева Л. Я.</i> Вільні коливання незамкненої циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу	28
<i>Гришук С. В.</i> Displacements-type boudary value problem of isotropic medium and monogenic functions	29
<i>Гуржий А. А., Шалденко А. В.</i> Принудительное охлаждение микропроцессоров жидким теплоносителем	30
<i>Дудик М. В., Решітник Ю. В., Феньків В. М.</i> Модель пластичної зони в адгезійному матеріалі біля вершини міжфазної тріщини у кутовій точці межі поділу матеріалів	31
<i>Ємельянов В. Отто К. В., Отто Г. К., Розумнюк В. І., Яровой Л. К.</i> Лазерна акустична система для діагностики акустичних сигналів на значній відстані	32
<i>Zhang Dezhou, Zhao Ligu, Roy Anish</i> Plastic Deformation in Silicon Carbide – Experiments and DDD modelling	33
<i>Жук О. П., Жук Я. О.</i> Дія радіаційної сили в звуковій хвилі на тверду сферичну частинку в околі вільної поверхні рідини	34
<i>Зражевський Г.М., Зражевська В. Ф.</i> Оптимальне керування гармонійними коливаннями круглої пластини	35
<i>Ka Ho Pang, Emil Tymicki, Mark Elsegood, Zhao Ligu, Roy Anish</i> Deformations in single-crystal 6H silicon carbide: Experimental investigations and finite element analysis	36
<i>Калиняк Б. М.</i> Нестационарное температурное поле, яке спричиняє відсутність напружень у неоднорідному довгому порожнистому циліндрі	37
<i>Карнаухов В. Г., Козлов В. І., Карнаухова Т. В.</i> Вимушені резонансні коливання в'язкопружних пластин з сенсорами та актуаторами з врахуванням впливу температури вібророзігріву, геометричної нелінійності й деформацій поперечного зсуву	38
<i>Кирилова О. І., Попов В.Г.</i> Дослідження напруженого стану нескінченного циліндра довільного перерізу з тунельною тріщиною при коливаннях в умовах плоскої деформації	39
<i>Киричок І. Ф., Шевченко О. Ю.</i> Осесиметричні коливання та вібророзігрів гнучкої круглої в'язкопружної пластинки з п'єзоелектричними сенсорами з врахуванням деформації зсуву	40
<i>Kit Г. С., Андрійчук Р. М.</i> Термонапружений стан півпростору з вільною, жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за тепловиділення або теплоізоляції у паралельній до неї круговій області	41
<i>Kit Г. С., Івасько Н. М.</i> Двовимірна задача термопружності для півпростору з вільною, жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за тепловиділення у перпендикулярній до неї стрічковій області	42

<i>Клімчук Т. В., Острик В. І.</i> Ковзний контакт пружної смуги з двома півнескінченими штампами	43
<i>Козачок О. П.</i> Контакт пружного тіла та жорсткої основи з періодичною системою виїмок за наявності реального газу у міжконтактних зазорах	44
<i>Козлов В. І., Шевченко О. Ю.</i> Параметричні коливання шаруватих п'єзоелектричних оболонок обертання з врахуванням деформацій поперечного зсуву	45
<i>Кривий О. Ф., Архипенко К. М.</i> Змішані задачі теорії пружності для анізотропної четверть площини	46
<i>Кривий О. Ф., Морозов Ю. О.</i> Еліптична міжфазна тріщина в кусково-однорідному трансверсально-ізотропному просторі	47
<i>Круць С. Ю., Жук Я.О.</i> Резонансні коливання і дисипативний розігрів гнучких непружних пластин з врахуванням деформацій зсуву	48
<i>Кундрат А. М.</i> Антиплоска задача витягування періодичної колової системи включень	49
<i>Кундрат М. М., Заблотська Ю. В.</i> Періодична система гнучких співдотичних підсилень для півбезмежної пластини	50
<i>Куценко О. Г., Харитонов О. М., Дикий П. В.</i> Осесиметричне кручення тонких кілець	51
<i>Кушнір Р. М., Калиняк Б. М., Горошко В. О.</i> Визначення термopужного стану тришарової термочутливої порожнистої кулі за складного теплообміну	52
<i>Лежосєв Р. С.</i> Вимірювальний перетворювач геометричних і механічних величин з багатоелектродним ємнісним давачем	53
<i>Лежосєв Р. С.</i> Вимірювання та контроль енергії живлення електронних приладів з мікро- і нано- амперним струмом споживання	54
<i>Либов Д. Ю.</i> К интерпретации явления краевого резонанса в упругих телах	55
<i>Лисечко В. О., Куриляк Д. Б.</i> Розсіювання плоскої акустичної хвилі на скінченному м'якому конусі зі зрізаною вершиною	56
<i>Лубков М. В.</i> Застосування в'язкопружної моделі Кельвіна-Фойгта для моделювання геотектонічних процесів	57
<i>Маковійчук М. В., Шацький І. П., Щербій А. Б.</i> Оцінка міцності циліндричної оболонки з поперечними колінарними тріщинами, підсиленої гнучким покриттям	58
<i>Маланчук Н. І., Чумак К. А.</i> Часткове термічне проковзування тіл з регулярним рельєфом поверхонь з урахуванням впливу газу в інтерфейсних зазорах	59

<i>Мартиненко М. А.</i> Збурення осесиметричного гармонічного поля параболоїдним включенням	60
<i>Мартиняк Р. М., Маланчук Н. І., Слободян Б. С.</i> Контакті фрикційне проковзування пружних тіл за наявності системи кругових підповерхневих включень	61
<i>Можаровский В. В., Голубева Е. А., Рушди Абдо Аль-Абси, Бокий М. Ю.</i> Контактное взаимодействие жесткого индентора с армированной резиновой полосой с учетом явлений вязкоупругости	62
<i>Можаровский В. В., Голубева Е. А., Рушди Абдо Аль-Абси</i> Методика расчета напряженно-деформированного состояния слоистой трубы из композита с учетом явлений ползучести и релаксации	63
<i>Мусій Р. С., Мельник Н. Б., Андрусак І. В.</i> Моделювання термомеханічної поведінки електропровідного циліндра з тонким покриттям за нестационарної електромагнітної дії	64
<i>Navadeh Navid, Hewson Robert W., Fallah Arash S.</i> Dynamics of Transversally Vibrating Non-prismatic Timoshenko Cantilever Beams	65
<i>Nazarenko L., Stolarski H., Altenbach H.</i> Analysis of Overall Thermo-elastic Properties of Random Particulate Nano-composites with Various Interphase Models	66
<i>Назаренко В. М., Кінніс О. Л.</i> Пружна рівновага біоднорідної площини за наявності напівнескінченної навантаженої тріщини нормального відриву	67
<i>Николишин М. М., Опанасович В. К., Альфавіцька С. О., Білаш О. В.</i> Двовісний згин пластини з двома тріщинами за наявності лінійчастих пластичних зон з урахуванням контакту їх берегів та зміцнення матеріалу	68
<i>Николишин М. М., Опанасович В. К., Куротчин Л. Р., Слободян М. С.</i> Двовісний розтяг кусково-однорідної пластини з прямолінійною межею поділу матеріалів та двома міжфазними ненаскрізними тріщинами з урахуванням пластичних зон біля їх вершин	69
<i>Олійник В. Н.</i> Про два механізми дисипації звуку в дисперсних газо-рідинних середовищах	70
<i>Онишкевич В. М., Сулим Г. Т.</i> Задача про термопружний контакт півплощини з прямокутним штампом за теплоутворення від тертя	71
<i>Опанасович В. К., Слободян М. С., Ярема Є. Б.</i> Двовісний розтяг пластини з жорсткою шайбою довільної форми та прямолінійною наскрізною тріщиною	72
<i>Остос О. Х., Жук Я.О.</i> Вплив попереднього деформування на коливання і дисипативний розігрів еластомерного в'язкопружного кільця	73
<i>Павлюк Я. В., Фернаті П. В., Рагуліна В. С.</i> Повзучість ізотропних однорідних і нестаріючих лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану	74
<i>Перепічка В. В., Шацький І. П.</i> Нестационарна взаємодія пружного стержня з недеформівною основою через жорсткопластичний прошарок із зміцненням	75
<i>Петренко Н.В.</i> Решение задачи кристаллизации непрерывного слитка	76

<i>Плюснев Д. С.</i> Новый подход к решению динамической задачи для упругого слоя	77
<i>Попов В. Г., Мішарін А. С.</i> Дослідження напруженого стану біля тріщини і включення, що виходять з однієї точки, при дії силою поздовжнього зсуву	78
<i>Попов С. А., Краснікова О. О., Андрущенко Т. В.</i> Використання методу резонансів для визначення пружних характеристик циліндричних зразків гірських порід	79
<i>П'ятецька О. В.</i> Вплив дисипативного розігріву на показники п'єзоелектричного сенсора	80
<i>Rushchitsky Ya. Ya., Sinchilo S. V.</i> Nonlinear wave equations describing the cylindrical axisymmetric surface waves	81
<i>Samoilenko Yu. I.</i> Nonlinear WKB Method for Studying the Kortewg-De Vries equation with variable coefficients	82
<i>Савельева Е. В., Синчило С.В., Симчук Я. В.</i> Поперечные плоские волны в нано-композитных материалах	83
<i>Селіванов М. Ф., Чорноіван Ю. О.</i> Розвиток дископодібних тріщин нормального відриву у твердому ракетному паливі	84
<i>Семенович К. О.</i> Вплив витікання рідини на динаміку кутового руху резервуару з рідиною	85
<i>Семенюк М. П., Трач В. М., Подворний А. В.</i> Стійкість циліндричних анізотропних оболонок під дією зсувного навантаження в тривимірній постановці	86
<i>Semkiv M., Hütter M.</i> Two-Temperature Thermodynamics for Aging and Mechanical Rejuvenation of Amorphous Solids	87
<i>Середницька Х. І., Мартиняк Р. М.</i> Теплова провідність міжфазної тріщини в біматеріалі з нульовим параметром Дандерса	88
<i>Слободян М. С., Матулка М. І., Білаш О. В.</i> Двосторонній розтяг пластини з круговим отвором та радіальною тріщиною з урахуванням пластичних зон поблизу її вершин	89
<i>Соловійова О. М., Кізілова Н. М.</i> Дисперсія хвиль у заповнених рідиною трубках із в'язкопружного біоактивного матеріалу	90
<i>Timokha A. N., Raynovskyy I. A.</i> Resonant Steady-State Sloshing in Upright Tanks Performing a Three-Dimensional Periodic Motion	91
<i>Токовий Ю. В., Чиж А. І.</i> Осесиметричні напруження в радіально-неоднорідному пружному циліндрі за змінного вздовж його твірної теплового навантаження	92
<i>Трач В. М., Хоружий М. М., Панчук О. Ю.</i> Стійкість нетонких конічних оболонок під дією зовнішнього рівномірного тиску	93
<i>Турчин І. М., Хома В. В.</i> Нестационарна змішана задача теплопроводності для півбесмежного циліндра із покриттям	94
<i>Федорченко Л. М.</i> Вплив стороннього струму на напружено-деформівний стан ортотропної циліндричної оболонки	95

<i>Ханко Б. С.</i> Теплопровідність складених полос-пластин за залежних від координати коефіцієнтів тепловіддачі	96
<i>Hashemi, M., Zhuk, Ya.</i> The Effects of Temperature on the Cyclic Properties of the Randomly Isotropic Nanocomposite System under Kinematic Harmonic Loading	97
<i>Хорошев К. Г.</i> Кінематичне дослідження деяких плоских механізмів з нижчими кінематичними парами класичним векторним способом	98
<i>Хотенко О. О., Хотенко І. М.</i> Двовимірна динамічна задача теорії гіперпружності	99
<i>Хурденко М. І., Жук Я. О.</i> Постановка задачі про параметричні коливання непружних прямокутних пластин з п'єзоелектричними включеннями з урахуванням деформацій зсуву	100
<i>Черевко В. О., Кізілова Н. М.</i> Дослідження течій незмішуваних мікро- та нанорідин між співвісними коаксіальними поверхнями, що обертаються	101
<i>Шакери Мобаракє П., Гринченко В.Т., Андрущенко В.О., Никитенко В.Н.</i> Сравнительный анализ резонансных спектров планарных колебаний пьезопластин в форме прямоугольника и параллелограмма	102
<i>Щербаков С. С., Шемет Л. А.</i> Объемная повреждаемость компактного образца	103
<i>Янчевський І. В., Губська В. В., Кривоноженков В. О.</i> Розв'язання задач параметричної оптимізації при дослідженні динаміки багатокomпонентних механічних систем	104
<i>Яровой Л. К.</i> Проблеми застосування трихвильового лазерного віброметра для підвищення чутливості до механічних коливань з надмалими амплітудами	105
<i>Яцків О. І.</i> Обернена задача термopужності з ідентифікації набору межових теплофізичних параметрів та визначення термонапруженого стану циліндра з тонким приповерхневим шаром	106
<i>Yurchuk V. M., Rushchitsky Ya. Ya.</i> Murnaghan's nonlinear elastic model: SV-wave with initial bell-shaped profile	107

Андрущенко Володимир Олександрович, провідний інженер-електронник,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: andron@univ.kiev.ua ;
Рево Сергій Лукич, доктор фіз.-мат. наук, завідувач НДЛ «Фізика металів та кераміки»,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: s_revo@i.ua ;
Мельниченко Микола Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, ст.наук.співробітник,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: realcrystallab@univ.kiev.ua

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕННЯ ПОЧАТКУ ПЛАСТИЧНОЇ ТЕЧІЇ НАНОКОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ МЕТОДОМ МІКРОІНДЕНТУВАННЯ

Використання механіко-хімічної активації порошків металів, а також сумішей різних порошків у планетарних млинках відкриває широкі перспективи для створення нових нанокompозитних матеріалів. Структура композитних наноматеріалів характеризується наявністю другої фази, розміри частинок якої складають декілька (1-100) нанометрів. Властивості кінцевого нанокompозитного матеріалу залежать від природи взаємодії між фазами і будови міжфазних областей, об'ємна доля яких надзвичайно велика.

За допомогою скануючої електронної та трансмісійної електронної мікроскопії досліджувалися структура і морфологія зразків отриманого нанокompозитного матеріалу, який являє собою композит заліза з багатостінними вуглецевими нанотрубками.

Встановлено, що у початковому стані середній розмір частинок змінюється від 150 до 200 мкм. При цьому після обробки на протязі 60 хв їх розмір зменшується майже вдвічі, а при подальшій обробці до 120 хв відбувається агломерація частинок. Середній розмір багатостінних вуглецевих нанотрубок складав 10-20 нм, а питома площа їх поверхні досягала до 400 м²/г. При обробці вказаних сумішей утворюється твердий розчин занурення вуглецю в кристалічній ґратці α -Fe та γ -Fe.

Мікротвердість досліджуваних зразків Fe₃C у вигляді таблеток діаметром 6 мм визначалася статичним методом Вікерса і методом неперервного вдавлювання індентора (методом кінетичної твердості), який дозволяє одночасно реєструвати глибину проникнення індентора і навантаження. Випробування проводилися при навантаженнях у діапазоні від 20 до 300 сН за схемою «навантаження–розвантаження» індентора (без витримки між циклами).

Кожна серія уколів складалася з 15 послідовних вдавлювань індентора з кроком 100 мкм. Отримані при вимірюваннях мікротвердоміром ПМТ-3 (метод Вікерса) значення мікротвердості більші, ніж значення, отримані на приладі Мікрон-гамма (метод кінетичної твердості). За даними, отриманими на мікротвердомірі Мікрон-гамма при навантаженнях від 100 сН до 50 сН мікротвердість змінюється від 5 до 10 Гра, а для ПМТ-3 мікротвердість змінюється від 7,5 до 16 Гра.

За отриманими результатами були обчислені і побудовані залежності значень границі міцності від мікротвердості для зразків із агтсо-заліза і Fe₃C. Зокрема, для агтсо-заліза σ_{IT} при зміні прикладеного навантаження від 300 сН до 80 сН границя пропорційності змінюється від 0,34 до 0,59 Гра, а для зразків Fe₃C – от 0,65 до 2,2 Гра.

Таким чином, отримані результати дозволяють при кімнатній температурі без руйнування досліджуваного зразка визначити конкретні значення напруження початку пластичної деформації і відповідного напруження для крихких матеріалів і надтвердих покриттів, що недоступно для інших відомих методів випробування.

Андрущенко Володимир Олександрович, провідний інженер-електронник,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: andron@univ.kiev.ua ;
Мурсалімов Мударіс Хайруллович, кандидат техн.наук;
e-mail: moursalimovm@gmail.com
Лендел Василь Васильович, провідний інженер-математик,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
Абрамов Олександр Анатолійович, інженер-математик 1 категорії,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗИНИ РЕЗОНАНСНИМ МЕТОДОМ

Запропоновано метод визначення динамічного модуля зсуву і добротності гуми з використанням в якості вібратора резонуючого п'єзокерамічного стрижня, навантаженого з торців гумовими зразками.

При підведенні до електродів п'єзокерамічного стрижня різниці потенціалів, що змінюється за гармонічним законом, у стрижні генеруються поздовжні коливання. Стрижень має прямокутний поперечний переріз, а на широкі бічні поверхні нанесені електроди (товщинна поляризація). Гумові зразки у формі прямокутної пластини приклеюються до широких бічних площин п'єзострижня на торцях, а протилежною поверхнею приклеюються до масивного залізного нерухомого тіла. Щоб уникнути викривлення стрижня на протилежних площинах одного торця приклеюються зразки однакового розміру.

Результати експериментів показали, що навантажений гумою стрижень змінює свої початкові параметри. Для визначення характеристик гуми використовуються зміни частоти резонансних коливань і добротності навантаженого стрижня у порівнянні з цими ж даними для вільного стрижня. Резонансна частота навантаженого гумовими зразками стрижня, в залежності від поданої на його електроди різниці потенціалів, зменшувалася на 3-6%, а добротність зменшувалася в 62-76 разів. Зміна резонансної частоти навантаженого стрижня дозволяє визначити динамічний модуль зсуву гуми, а зменшення добротності дає можливість розрахувати добротність гумового матеріалу при зсувній деформації.

Для вивчення взаємодії гумових зразків з вібруючим п'єзокерамічним стрижнем була розв'язана задача про рух цього стрижня з врахуванням як механічних, так і електричних граничних умов. Була визначена сила реакції гумового зразка, яка послужила механічною граничною умовою на торцях стрижня. Внаслідок малої довжини зразків у порівнянні з довжиною стрижня, прийнято, що сили реакції гумових зразків прикладені як зосереджені сили на торцях стрижня. Отримані вирази для частотного рівняння і механічного напруження у будь-якому перетині стрижня, навантаженого гумовими зразками.

Для визначення кінцевої амплітуди механічного напруження по довжині п'єзострижня враховано розсіювання енергії введенням комплексного значення для пружної податливості матеріалу, яке містить механічну добротність матеріалу. З використанням уявної частини частотного рівняння отримана формула механічного напруження у вузловому перерізі стрижня. Знаючи частоту коливань вільного стрижня і стрижня, навантаженого гумовими зразками, обчислюється власне число. Розв'язуючи частотне рівняння, визначається хвильове число гуми, після чого розраховується динамічний модуль зсуву гуми. Вимірявши величину механічного напруження у вузловому перерізі стрижня по електричному потенціалу в контрольному електроді, з формули механічного напруження обчислюється добротність гумових зразків.

За запропованою методикою проведено експериментальні дослідження однієї марки гуми. Результати досліджень динамічного модуля і добротності показали, що вони мають гарну відповідність з даними, отриманими іншими методами.

Бабаєв Олександр Арташесович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний технічний університет України "КПІ імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна;
Янчевський Ігор Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний технічний університет України "КПІ імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна;
e-mail: babaevaa@ukr.net

ЗБУДЖЕННЯ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОГО ШАРУ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ЕЛЕКТРИЧНИМИ СИГНАЛАМИ З ВРАХУВАННЯМ ПРОЦЕСІВ В ПРОТЯГЛОМУ КАБЕЛЬНОМУ ТРАКТІ

Широке практичне використання конструктивних елементів з матеріалів, в яких проявляється п'єзоелектричний ефект, обумовлює підвищений інтерес до досліджень в галузі електропружності і гідроелектропружності. До актуальних належать задачі зазначеного класу в нестационарній постановці. Зазначимо, що перехідні процеси в гідропружних системах досліджені більш детально. Є роботи в яких розглядалось випромінювання акустичних хвиль циліндричними (як одномодовими та багатомодовими) та сферичними оболонками, що з'єднані з джерелом акустичних хвиль протяглим кабельним трактом. Метою даної роботи є постановка та розробка методу розв'язку нестационарної задачі випромінювання акустичних хвиль п'єзокерамічним шаром, що контактує з ідеальною стисливою рідиною з врахуванням процесів у протяглом кабельному тракті і визначення фізичних характеристик зазначеної гідроелектропружної системи.

Розглядається п'єзокерамічний шар нескінченно довгий в повздовжньому напрямку який поляризований по товщині при описанні руху якого використовуються співвідношення лінійної теорії зв'язаної електропружності. Перехідні процеси в ідеальній стисливій рідині та протяглом кабельному тракті моделюються відповідно рівняннями акустичного наближення та "телеграфними" рівняннями.

Метод розв'язання задачі базується на інтегральному перетворенні Лапласа за часовою змінною, при цьому граничні умови задовольняються в просторі оригіналів. Розроблений підхід дозволяє звести задачу до системи інтегральних рівнянь Вольтерри з запізнюючими аргументами. Визначення з цієї системи невідомих функцій потребує розкриття в явному вигляді її визначника, елементами якого є функції параметра s . Враховуючи, що функції, які входять в цей визначник, є досить складними, наступний перехід у простір оригіналів пов'язаний з суттєвими математичними труднощами принципового характеру. Тому в даній роботі застосовується метод, згідно з яким виконується безпосередня інверсія системи, і граничні умови задовольняються у просторі оригіналів.

Отримані формули дозволяють визначити усі фізичні характеристики досліджуваного перехідного процесу. Запропонована математична постановка задачі і метод її розв'язання дозволяє аналізувати вплив протяжного кабельного тракту на роботу п'єзокерамічного шару при різноманітних комбінаціях граничних умов.

1. Бабаєв А.Э. Нестационарные волны в сплошных средах с системой отражающих поверхностей / А.Э. Бабаев. – К.: Наук. думка, 1990. – 176 с.
2. Babaev A.E. Influence of an oscillating circuit on the radiation of transient acoustic waves by an electroelastic cylinder / A.E. Babaev, A.A. Babaev, I.V. Yanchevskiy // J. of Acoustic Soc. Of Am. – 2010. – Vol. **127**, Iss. 4. – P. 2282-2289.
3. Гоноровский И.С. Основы радиотехники. / Гоноровский И.С. – М.: Связьиздат, 1957. – 279 с.
4. Механика связанных полей в элементах конструкций: [в 5 т.] / Под общ. Ред. А.Н. Гузя. Т. **5**. Электроупругость / Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с.

Балабанов Вячеслав Олександрович, аспірант, факультет математики і інформатики,
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: lekarsenten@gmail.com;
Кізілова Наталія Миколаївна, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: n.kizilova@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНОЇ ТА ХВИЛЬОВОЇ ПРОВІДНОСТІ АРТЕРІАЛЬНИХ СИСТЕМ ЯК БІНАРНИХ ДЕРЕВ

Артеріальні системи людини розглядаються як розгалужені хвилеводи з в'язкопружних трубок зі складною геометрією та топологією. Рух крові має хвильовий характер, який обумовлений періодичними скороченнями серця. Протягом систоли серце спрямовує в аорту ~60–80 мл крові та задає на вході в артеріальну систему малі збурення тиску, які розповсюджуються зі швидкістю звуку в заповнених рідиною деформівних трубках (~5–8 м/с в крупних та ~10–20 м/с – в малих артеріях). Було показано, що завдяки своїй будові системні артерії здорової людини являють собою оптимальні хвилеводи [1,2], а також забезпечують постійні за цикл серцевого скорочення напруження тертя на стінках артерій, що забезпечує оптимальний розподіл крові між внутрішніми органами [2]. На основі даних детальних вимірювань на системах артерій *in situ* був розроблений алгоритм генерації моделей артеріальних систем як бінарних дерев, які заповнюють заданий об'єм простору [3]. В даній роботі наведені результати розрахунків розподілу стаціонарної $Z(X)$ та хвильової $Y(X)$ провідності генерованих моделей в залежності від поздовжньої координати X , яка відповідає найдовшому шляху від кореня дерева вздовж його розгалужень, а також локального Γ^0 та глобального Γ^Σ коефіцієнтів відбиття хвиль $\Gamma = (Y_0 - Y_1 - Y_2) / (Y_0 + Y_1 + Y_2)$, де індекси $k = 0, 1, 2$ відповідають трьом трубкам в розгалуженні. Для Γ^0 та Γ^Σ використовувалися величини характеристичної та загальної провідності відповідно [2].

Приймалося, що течія крові в кожній трубці відповідає моделі Womersley [1], а хвильова провідність розрахована для кожної трубки відповідно моделі Дж. Лайтхілла як $Y_j = (\pi d_j^2) / (4 \rho_{bl} c_j)$, де ρ_{bl} – в'язкість крові, d_j – діаметр трубки, c_j – швидкість звуку в j -й трубці. Величини c_j були обчислені відповідно моделі Womersley з урахуванням в'язкопружності стінки [1]. Стаціонарні провідності були розраховані як середні за період скорочень серця. Бінарні дерева з загальним числом $N = 2^n - 1$ трубок для $n = 5 - 10$ генерацій розгалужень були побудовані відповідно до алгоритму [3]. Валідація моделі була проведена шляхом порівняння даних розрахунків та вимірювань гемодинамічних параметрів вздовж аорти людини [1].

Результати дослідження показали, що відбиття хвиль на розгалуженнях має локальний характер, але для правильних розрахунків $Z(X)$ та $Y(X)$ треба використовувати тільки повні провідності піддерев моделі. Отримано умови, за якими дерево є оптимальним хвилеводом.

1. Cardiovascular Mathematics: Modeling and simulation of the circulatory system [L. Formaggia, A. Quarteroni, A. Veneziani (eds.)]. – Springer Science & Business Media, 2010. – 522 p.
2. Kizilova N., Philippova H., Zenin O. A realistic model of human arterial system: blood flow distribution, pulse wave propagation and modeling of pathology / N. Kizilova, H. Philippova, O. Zenin // Mechanics in Medicine. – 2010. – Vol.10– P.103–118.
3. Балабанов В.О. Математичне моделювання артеріальних систем як бінарних дерев, які заповнюють об'єм простору / В.О. Балабанов, Н.М. Кізілова // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2015. – Спецвипуск. – С.27–32.

Belovickis Jaroslavas, PhD student,
Faculty of Physics, Vilnius University, Lithuania;
jaroslavas.belovickis@ff.vu.lt ;
Samulionis Vytautas, Dr., Assistant professor,
Faculty of Physics, Vilnius University, Lithuania;
Banys Juras, Prof. Habil. Dr., Head of the Department of Radiophysics,
Faculty of Physics, Vilnius University, Lithuania;
Silibin Maxim, Dr., Assistant professor,
National Research University of Electronic Technology, Zelenograd, 124498 Moscow, Russia;
Solnyshkin Alexander, Prof. Habil. Dr.,
National Research University of Electronic Technology, Zelenograd, 124498 Moscow, Russia;
Tver State University, Tver, Russia;
Artem Sysa, PhD student,
National Research University of Electronic Technology, Zelenograd, 124498 Moscow, Russia.

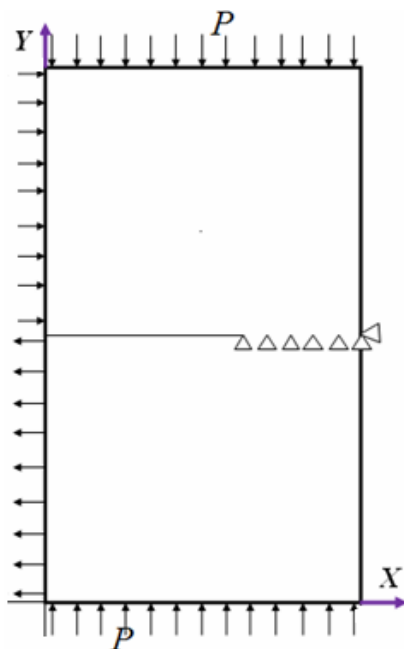
IMPACT OF CNT ON MECHANICAL PROPERTIES OF FERROELECTRIC POLYMER BASED COMPOSITE

Embedding nanofillers into ferroelectric polymers modifies its properties, i.e. dielectric, elastic or piezoelectric. Consequently carbon nanotubes are one of the ingredients that can improve the mechanical properties of polymer based composites. In this work we report on both the ultrasonic and the dielectric properties of the copolymer polyvinylidene fluoride / trifluoroethylene (P(VDF-TrFE)) of the composition 70/30 mol% with various concentrations of carbon nanotubes (CNT). Experimental study of ultrasonic wave attenuation and velocity in these composites has been performed over wide temperature range (100 K – 410 K) using an ultrasonic automatic pulse-echo technique. The temperature dependences of ultrasonic velocity and attenuation showed anomalies attributed to the glass transition and paraelectric-ferroelectric phase transition. Our results showed mechanical losses to be consistent with those observed by means of dielectrics spectroscopy and differential scanning calorimetry.

ДУАЛЬНИЙ МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ НДС ПЛАСТИН ІЗ ТРІЩИНАМИ

Класичний метод граничних елементів (BEM) не застосовують для задач з тріщинами, тому що граничне інтегральне рівняння переміщень вироджується на межі тріщини. Для подолання зазначеної проблеми використано модифікацію класичного BEM – дуальний метод граничних елементів (DBEM) [1]. Ідея DBEM полягає в заміні граничного інтегрального рівняння переміщень на граничне інтегральне рівняння напружень на одному з берегів тріщини.

У роботі проводиться чисельне дослідження впливу сил тертя між берегами тріщини на НДС в її вершині. Розрахункова схема тріщини (Рис. 1) для аналізу впливу сил тертя на НДС в її вершині повинна задовольняти ряду вимог. По-перше, повинна бути передбачена зручна реалізація зсувного навантаження в площині тріщини з можливістю варіації сил тертя в широкому діапазоні. Для забезпечення рівноваги в пластині на лінії продовження тріщини задані відповідні граничні умови.



Характер розподілу напружень і деформацій, області максимальних їх значень істотно відрізняються від результатів, отриманих в межах пружності. Величина напруження зсуву на всьому продовженні довжини тріщини зменшується зі збільшенням коефіцієнта тертя і коефіцієнта деформаційного зміцнення як для плоскої деформації, так і для плоско напруженого стану (причому вплив коефіцієнта тертя на рівень напруження зсуву проявляється тим більше, чим більше величина стискуючого навантаження), але несуттєво залежить від зміни коефіцієнта тертя при ідеальній пластичності ($E_1 = 0$). Напруження σ_x (σ_y) відрізняються для різних значень коефіцієнта тертя на продовженні тріщини, причому ця відмінність виявляється тим більше, чим менше E_1 . Максимальне значення напруження $\sigma_{x\max}$ в області вершини тріщини збільшується при значному збільшенні E_1 . Значення коефіцієнта тертя f суттєво не впливає на характер розподілу інтенсивності напружень на продовженні довжини тріщини для різних значень зміцнення і стискуючого навантаження, але максимальне значення інтенсивності залежить від f при збільшенні E_1 . Екстремальне значення інтенсивності напружень зростає при збільшенні зміцнення, причому при малих E_1 її величина однакова для різних коефіцієнтів тертя і при подальшому збільшенні E_1 її значення тим вище, чим більше коефіцієнт тертя. Максимальна інтенсивність напружень зростає для плоскої деформації при збільшенні зміцнення для гладких берегів тріщини, а при підвищенні коефіцієнта тертя і E_1 знижується з локальним максимумом при малих значеннях E_1 .

1. Portela A. The dual boundary element method: effective implementation for crack problems / A. Portela, M. H. Aliabadi, D. P. Rooke // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1992. – Vol. 33. – P. 1269-1287.

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТОЙ УПРУГО-ПОЛЗУЧЕЙ СРЕДЕ

Большинство существующих в природе и искусственно созданных материалов характеризуется неоднородным составом. Многочисленные экспериментальные исследования показывают, что свойства структурно-неоднородных материалов (например, горных пород, композитов) могут значительно отличаться от свойств отдельных компонентов, входящих в их структуру. Метод асимптотического усреднения позволяет найти эффективные механические свойства таких гетерогенных материалов с использованием значений упругих, ползучих и геометрических характеристик отдельных компонент. Данный метод развит в работах [1-4].

Рассматриваемая среда состоит из попарно чередующихся параллельных слоев двух материалов, каждый из которых подчиняется в декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 следующим уравнениям равновесия:

$$-\frac{\partial}{\partial x_k}(a_{ijkh}\delta(t) + d_{ijkh}) * \frac{\partial u_j}{\partial x_h} = f_i(x, t), \quad (i, j, k, h = 1 \div 3). \quad (1)$$

Символ * означает операцию свертки: $\left(d_{ijkh}(x, t) * \frac{\partial u_j}{\partial x_h}\right) = \int_0^t d_{ijkh}(x, t - \tau) \frac{\partial u_j(x, \tau)}{\partial x_h} d\tau$,

u_j ($j = 1, 2, 3$) – компоненты перемещения, $\delta(t)$ – дельта-функция. Слои представляют собой изотропные материалы, поэтому

$$a_{ijkh} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kh} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jh} + \delta_{ih} \delta_{jk}), \quad d_{ijkh} = -(G_v(t) - \frac{1}{3} G_s(t)) \delta_{ij} \delta_{kh} - \frac{1}{2} G_s(t) (\delta_{ik} \delta_{jh} + \delta_{ih} \delta_{jk}).$$

Здесь λ, μ – постоянные Ламе, δ_{ij} – символ Кронекера, G_s, G_v – регулярные части сдвиговой и объемной релаксации. Можно предположить, что $G_v = k G_s$, $k = \text{const}$, $k > 0$.

В результате применения к (1) преобразования Лапласа по времени t и последующего усреднения по периоду массива получаются уравнения, описывающие однородную трансверсально-изотропную среду с эффективными модулями, зависящими от постоянных Ламе и параметров ползучести слоев. Данные эффективные модули результирующей среды в случае спектральных ядер ползучести вычисляются аналитически.

1. Олейник О.А. Математические задачи теории сильно неоднородных сред / Олейник О.А., Иосифьян Г.А., Шамаев А.С. – М.: Из-во МГУ, 1990. – 311 с.
2. Ильюшин А.А. Основы математической теории термовязкоупругости / Ильюшин А.А., Победра Б.Е. – М.: Наука, 1970. – 281 с.
3. Шамаев А.С. Усреднение уравнений состояния для гетерогенной среды, состоящей из слоев двух ползучих материалов / Шамаев А.С., Шумилова В.В. // Труды Математического Института имени В.А. Стеклова. – 2016. – Т. 295. – С. 335-347.
4. Bobyleva T.N. [Approximate Method of Calculating Stresses in Layered Array](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.087) / Bobyleva T.N. // Procedia Engineering. – 2016. – V. 153. – P. 103-106.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.087>

ПІДХОДИ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМ РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ В УМОВАХ ДІЇ СПРЯМОВАНИХ ВЗДОВЖ ТРІЩИН ЗУСИЛЬ

З використанням об'єднаного підходу, що базується на співвідношеннях тривимірної лінеаризованої механіки деформівних твердих тіл [1], розглянуто два неklasичних механізми руйнування: крихке руйнування матеріалів з початковими напруженнями, що діють вздовж тріщин, та руйнування тіл при стисканні вздовж паралельних тріщин. Досліджено задачі для найбільш характерних геометричних схем розташування тріщин в матеріалах з точки зору їх взаємодії між собою та з граничними поверхнями [2]. З використанням подань напружень та переміщень в рамках лінеаризованої теорії через гармонічні потенціальні функції та шляхом застосування інтегральних перетворень Фур'є-Ганкеля задачі зведено до розв'язуючих інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Підхід дозволяє проводити дослідження задач в єдиній загальній формі для стисливих і нестисливих однорідних ізотропних або трансверсально-ізотропних тіл стосовно до теорій скінченних та малих початкових деформацій, а конкретизація моделі матеріалу здійснюється лише на стадії чисельного розв'язку отримуваних в загальній формі розв'язуючих рівнянь. Проаналізовано вплив початкових напружень на коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) для високоеластичних матеріалів та шаруватих композитів, які моделюються трансверсально-ізотропними тілами. Виявлено ефекти «резонансного» характеру при наближенні стискаючих початкових напружень до значень, що відповідають локальній втраті стійкості матеріалу в околі тріщин, що відповідно до зазначеного об'єднаного підходу дозволяє визначати критичні параметри навантаження при стисканні тіл вздовж тріщин. Сформульовано висновки про залежність коефіцієнтів інтенсивності напружень та критичних (граничних) параметрів стиску від геометричних параметрів задач та фізико-механічних характеристик матеріалів.

Для тріщин радіального зсуву у випадку високоеластичного матеріалу з потенціалом Бартенєва-Хазановича на *рис. 1a* подано залежності відношення КІН K_{II} / K_{II}^{∞} (тут K_{II}^{∞} - КІН для ізольованої тріщини в нескінченному тілі) від коефіцієнта початкового подовження (або скорочення) λ_1 , зумовленого дією початкових напружень, для окремих значень нормалізованої на радіус тріщин відстані між тріщинами β (суцільні лінії відповідають випадку періодичної системи паралельних співвісних тріщин, штрихові лінії – випадку двох паралельних співвісних тріщин). На *рис. 1b* для цього ж матеріалу представлено залежності відносного критичного скорочення $\varepsilon_1 = (1 - \lambda_1)$ від безрозмірної відстані між тріщинами β .

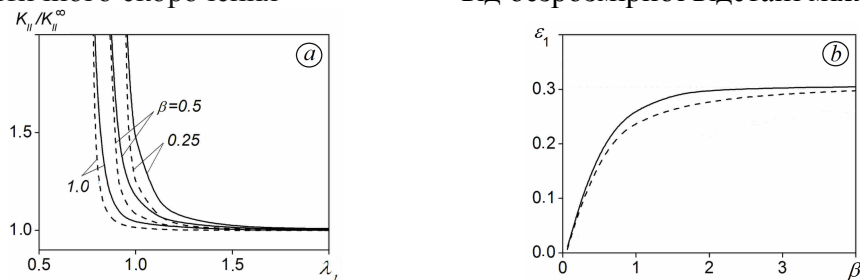


Рис. 1

1. Богданов В.Л., Гузь А. Н., Назаренко В. М. Объединенный подход в неклассических проблемах механики разрушения / В. Л. Богданов, А. Н. Гузь, В. М. Назаренко. – Saarbrücken: LAP Lambert Acad. Publ., 2017. – 537 с.
2. Bogdanov V.L., Guz A.N., Nazarenko V.M.. Spatial problems of the fracture of materials loaded along cracks (Review) / V. L. Bogdanov, A. N. Guz, V. M. Nazarenko // International Applied Mechanics. – 2015. – Vol. 51, N 5. – P. 489–560.

ПРО ВПЛИВ ДВОВІСНОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОЧАТКОВІ ЕТАПИ РУЙНУВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ПЛАСТИНИ З ТРІЩИНОЮ

На підставі отриманого в [1] розв'язку відповідної пружної задачі та принципу Вольтерра [2] в роботі досліджено вплив двовісності зовнішнього навантаження на область безпечного навантаження та початкові етапи (інкубаційний та перехідний) докритичного росту тріщини.

Згідно принципу Вольтерра, в'язкопружне розкриття тріщини у вершині визначається з розв'язку відповідної пружної задачі як

$$\delta(x, t) = T^* \delta_0(x, t),$$

де
$$T^* = \frac{1}{\sqrt{E_1^* E_2^*}} \sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{E_1^*}{E_2^*}} - \nu_{12}^* \right) + \frac{E_1^*}{G_{12}^*}}, \quad \tilde{l} = \sin \frac{\pi l(t)}{2D}, \quad \rho = \frac{\pi p}{2\sigma_y^0},$$

$$\delta_0(x, t) = \frac{2\sigma_y^0 l(t) \tilde{l}(t)}{\pi \arcsin(\tilde{l}(t))} \int_{\tilde{x}/\tilde{l}(t)}^{\tilde{l}/\tilde{l}(t)} \ln \left(\frac{1 + \xi \cos^2 \rho + \sqrt{1 - \xi^2 \cos^2 \rho} \sin \rho}{1 - \xi \cos^2 \rho + \sqrt{1 - \xi^2 \cos^2 \rho} \sin \rho} \frac{\xi - 1}{\xi + 1} \right) \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2 (\tilde{l}(t))^2}}.$$

На прикладі конкретного композитного матеріалу досліджено вплив двовісності зовнішнього навантаження на безпечне навантаження пластини з тріщиною та тривалість початкових етапів до критичного росту тріщини. На рис.1 наведено поля критичного навантаження, при якому відбувається миттєве руйнування пластини, (штрихові лінії) та безпечного навантаження (суцільні лінії). Розвиток тріщини у в'язкопружному тілі буде відбуватись тільки в області зміни навантаження, що обмежена цими кривими. На рис. 2 ті рис.3 наведено приклади впливу двовісності зовнішнього навантаження на тривалість інкубаційного та перехідного періодів докритичного розвитку тріщини відповідно.

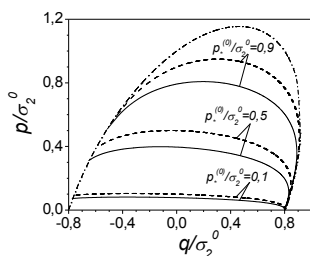


Рис.1

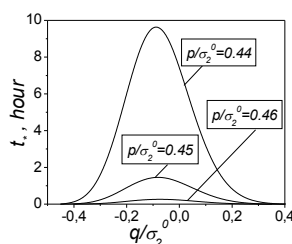


Рис.2

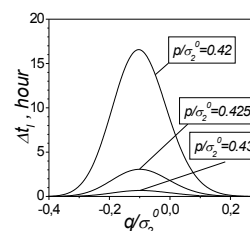


Рис.3

Як впливає з отриманих у роботі результатів, двовісність зовнішнього навантаження має суттєвий вплив на докритичний розвиток тріщини у в'язкопружному матеріалі.

2. Kaminsky A.A., Bogdanova O.S., Bastun V.N. On modeling cracks in orthotropic plates under biaxial loading: synthesis and summary / A. A. Kaminsky, O. S. Bogdanova, V. N. Bastun // Fat.& Fract.of Eng. Mat. & Struct. – 2011. – 34, № 5. – P.345–355.

3. Каминский А.А. Механика разрушения вязкоупругих тел с трещинами / А. А. Каминский. – К.: Наук.думка, 1990. – 310 с.

Борисейко Олександр Віталійович, канд.фіз.-матем.наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: b12313@ukr.net;
Денисенко Володимир Іванович, канд.фіз.-матем.наук, доцент,
Київський національний торговельно-економічний університет, Київ, Україна,
e-mail: d0212@ukr.net;
Діденко Юрій Федорович, канд.фіз.-матем.наук, доцент,
Київський національний торговельно-економічний університет, Київ, Україна.

КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ П'ЄЗОБОЛОНКИ, ЗАПОВНЕНОЇ РІДИНОЮ

Розглядається задача про коливання тонкої циліндричної п'єзокерамічної оболонки з товщиною поляризацією. Зовнішня та внутрішня поверхня оболонки покрита суцільними електродними покриттями, до яких не підводиться електричне навантаження. З торців оболонка закрита абсолютно жорсткими круглими пластинами. Отримана ємність заповнена ідеальною стисливою рідиною (водою). Оболонка знаходиться під дією зовнішнього гармонічного у часі механічного поверхневого навантаження, заданого радіальним переміщенням точок зовнішньої поверхні оболонки.

Кінематичні гіпотези записуються у припущеннях прикладних гіпотез електропружності, аналогічних гіпотезам Кірхгофа-Лява для пружних оболонкових елементів [3]. Розподіл компонент електричного поля за товщиною оболонки відповідає гіпотезам вимушеної електростатики та загального розв'язку задачі про чистий розтяг та згин прямокутної призми. [6].

Для елементів вектора переміщень серединної поверхні оболонки та потенціалу швидкостей частинок рідини заповнення записана система диференціальних рівнянь в частинних похідних та сформульовано граничні умови. Отримані загальні розв'язки поставленої задачі. Проведено аналіз розподілу електричних компонент зв'язаного електро механічного поля в об'ємі оболонки в залежності від частоти зовнішнього навантаження для п'єзокераміки PZT-4 [1].

1. Берлинкур Д. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях / Д. Берлинкур, Д. Керран, Г. Жаффе / Физическая акустика / Под ред. У. Мезона. – М.: Мир, 1966. – Т. 1, ч. А. – С. 204 – 326.

2. Борисейко В.А. Соотношения электроупругости для пьезокерамических оболочек вращения / В. А. Борисейко, В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко // Прикл. Механика, 1976, 12, 2, С. 26 – 33.

3. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – Москва: Физматгиз, 1966. – 635 с.

4. Релей Д. Теория звука. Т. 2. / Д. Релей – Москва: Гостехиздат, 1955. – 476 с.

5. Улитко А.Ф. К теории колебаний пьезокерамических тел / А. Ф. Улитко // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1975. – 15. – С. 90 – 99.

6. Механика связанных полей в элементах конструкций: [в 5 т.] / Под общ. Ред. А.Н. Гузя. Т. 5. Электроупругость / Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с.

Борисейко Олександр Віталійович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
Лебедева Ірина Валеріївна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
Ящук Валерій Миколайович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
e-mail: Lebedevai@ukr.net

КОЛИВАННЯ МЕТАЛЕВИХ ТА НАПІВПРОВІДНИКОВИХ НАНОЧАСТИНОК

Частинки твердої речовини, що мають характерні розміри менше ніж 200 нм, проявляють унікальні електронно-оптичні властивості, відмінні від таких для тіл більших розмірів чи суцільних середовищ (bulk materials). Такі частинки називають наночастинками (nanoparticles).

На даний час досить добре вивчено електронно-оптичні властивості двох типів наночастинок: напівпровідникових (їх ще називають квантовими точками, nanodots) та металевих. Механізми електронних процесів, що спричинюють поглинання та випромінювання фотонів для цих типів наночастинок суттєво відрізняються. У металевих наночастинках поглинання та випромінювання світла пов'язано в основному з плазмонними коливаннями електронного газу та підсиленими цими коливаннями зон-зонними переходами. У той же час, у напівпровідникових наночастинках особливості поглинання та випромінювання світла пов'язані з просторовими обмеженнями руху електрон-діркових пар.

З іншого боку, такі механічні властивості як пружність, на нашу думку, повинні зберігатися і для тіл дуже малих розмірів, оскільки навіть для двох нейтральних молекул, що взаємодіють за рахунок дисперсійних сил, у випадку малих відхилень від їх рівноважного застосування виконується закон Гука (потенціал Ленарда-Джонса). Останнє дає підстави використовувати модель пружних коливань макроскопічних тіл до наночастинок різної форми та вивчати суперпозицію механічних коливань наночастинок з електронно-оптичними процесами, що відбуваються в них при взаємодії зі світлом.

У даній роботі вивчаються ефекти модуляції механічними коливаннями електромагнітних хвиль, що випромінюються наночастинками різного типу та форми.

Коливання наночастинок моделюються радіальними коливаннями ізотропної пружної кулі під дією гармонічного механічного навантаження. Записано диференціальні рівняння радіального руху пружної кулі у сферичних координатах. Побудовано загальний розв'язок для амплітуди коливань у вигляді лінійної комбінації сферичних функцій Бесселя першого та другого роду. З умови нескінченного зростання амплітуди вимушених коливань записано рівняння для визначення резонансних частот. Отримано значення перших частот резонансного спектру.

Вайсфельд Наталя Данилівна, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, Одеса, Україна,
 e-mail: yaysfeld@onu.edu.ua
 Мойсєєнок Олексій Павлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, Одеса, Україна,
 e-mail: yogan@ua.fm
 Фесенко Ганна Олександрівна, кандидат фіз.-мат. наук,
 Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, Одеса, Україна,
 e-mail: 81anna81@gmail.com

ХВИЛЬОВЕ ПОЛЕ ПРУЖНОГО ШАРУ З ЦИЛІНДРИЧНИМ ОТВОРОМ

Розглянуто пружний шар (коефіцієнт Пуассона μ , модуль зсуву G), що в циліндричній системі координат описується співвідношеннями $a \leq r < \infty$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, $0 \leq z \leq h$ з циліндричним отвором $0 \leq r \leq a$, $0 < \varphi \leq \pi$, $0 \leq z \leq h$.

Грані шару $z=0$ та $z=h$ знаходяться в умовах гладкого контакту з жорсткою основою:

$$u_r(r, 0, t) = 0, u_z(r, h, t) = 0, \tau_{rz}(r, 0, t) = 0, \tau_{rz}(r, h, t) = 0. \quad (1)$$

На циліндричній грані отвору $r=a$ діє нормальне вісьосиметричне динамічне розтягувальне навантаження

$$\sigma_r(a, z, t) = p(z, t), \tau_{rz}(a, z, t) = 0. \quad (2)$$

Необхідно знайти нестационарні переміщення точок шару $u_r(r, z, t) = u(r, z, t)$, $u_z(r, z, t) = w(r, z, t)$, що задовольняють граничним умовам (1), (2) та рівнянням руху (штрих означає похідну за першою змінною r , а крапка – за змінною z)

$$(1 + \mu_0) \left[r^{-1} [ru'(r, z, t)]' - r^{-2} u(r, z, t) \right] + w''(r, z, t) + \mu_0 u'(r, z, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(r, z, t)}{\partial t^2},$$

$$\mu_0 r^{-1} [ru'(r, z, t)]' + r^{-1} [rw'(r, z, t)]' + (1 + \mu_0) w''(r, z, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w(r, z, t)}{\partial t^2}, \quad (3)$$

де $\mu_0 = (1 - 2\mu)^{-1}$, c – швидкість розповсюдження хвилі. Перейдемо до безрозмірної системи координат $r = a\rho$, $z = h\xi$, $t = a/c\tau$, $u(r, z, t) = U(\rho, \xi, \tau)$, $w(r, z, t) = W(\rho, \xi, \tau)$, тоді система (3)

матиме вид

$$\rho^{-1} [\rho U']' - \rho^{-2} U + \alpha^2 \frac{\kappa-1}{\kappa+1} U'' + \alpha \frac{2}{\kappa+1} W' = \beta \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2},$$

$$\rho^{-1} [\rho W']' + \alpha^2 \frac{\kappa+1}{\kappa-1} W'' + \rho^{-1} \alpha \frac{2}{\kappa-1} [\rho U']' = \beta \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2}, \quad 1 < \rho < \infty, \quad 0 < \xi < 1,$$

де $\alpha = a/h$, $\beta = (a/c)^4$, $\kappa = 3 - 4\mu$.

Після використання перетворення Лапласа за змінною τ , та скінченного $\sin$ - , $\cos$ -перетворення Фур'є за зміню ξ , запишемо одновимірну задачу відносно невідомого вектора трансформант переміщень $\mathbf{y}(\rho) = (U_{p\lambda}(\rho), W_{p\lambda}(\rho))^T$:

$$L_2 \mathbf{y}(\rho) = \mathbf{f}(\rho), \quad 1 < \rho < \infty, \quad U_i[\mathbf{y}(\rho)] = \gamma_i, \quad i = 0, 1.$$

Розв'язок задачі у просторі трансформант побудовано з використанням матричного диференціального числення. Розглянуто випадок нестационарного навантаження у вигляді $p(z, t) = p(z) e^{i\omega t}$.

1. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений / Попов Г. Я. – М.: Наука, 1982. – 344 с.

Вовк Ігор Володимирович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна;
Маципура Володимир Тимофійович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
Троценко Ярослав Павлович, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

ОСОБЛИВОСТІ РУХУ ПОТОКУ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ ЗІ СТЕНОЗАМИ

На сьогодні в передових у технологічному плані країнах проводяться інтенсивні дослідження шумів, що виникають при русі потоків рідини чи газу в нерегулярних каналах (зокрема і в каналах, що мають низку звужень поперечного перетину). Результати цих досліджень мають величезне практичне значення в різноманітних областях науки і техніки, особливо в медицині (для діагностики кровоносної та дихальної систем людини). Добре відомими є роботи, наприклад [1-3], що направлені на вивчення процесів збудження звуку при протіканні крові в судинах та при русі повітря в бронхіальній системі людини. На основі цих досліджень вже створено низку діагностичних пристроїв, які введені в практику. Проте у зв'язку із значною складністю таких задач на даний момент ще не достатньо кількісних даних про зв'язки рівнів і характеру шумів, що виникають у каналах такого типу, із геометричними та фізичними характеристиками відповідних каналів.

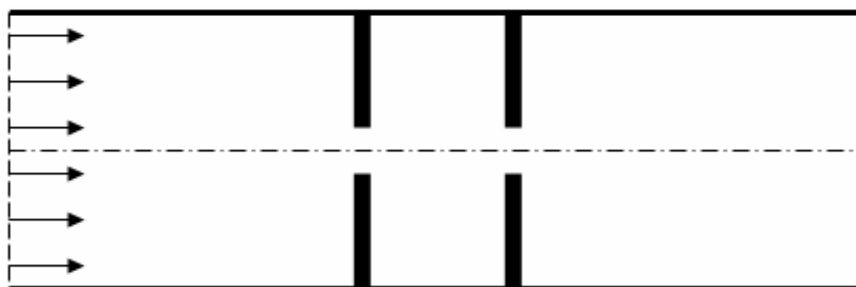


Рис. Геометрія каналу зі стенозами.

У даній роботі досліджується течія в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі із двома послідовно розташованими стенозами. Повздовжній переріз відповідного каналу зображено на рис. Вважається, що поверхня каналу та стінки стенозів – нерухомі й абсолютно жорсткі. На вході в розрахункову область задається рівномірний потік. В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Алгоритм чисельного розв'язання базується на методі скінченних об'ємів. При розрахунках використовувались бібліотеки тулбоксу з відкритим кодом OpenFOAM.

5. Gavriely N. Breath sounds methodology / N. Gavriely. – London, Tokyo: CRC Press, 1995. – 203 p.

6. Borisyuk A. O. Noise field in the human chest due to turbulent flow in a larger blood vessel / A. O. Borisyuk // Flow, Turbulence and Combustion – 1998. – Vol. 61. – P. 269-284.

7. Басовский В. Г. О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом / В. Г. Басовский, И. В. Вовк, О. И. Вовк // Акуст. Вісн. – 2003. – Т. 6, № 1. – С. 3-21.

Вовк Ігор Володимирович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна;
Грінченко Віктор Тимофійович, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна;
Маципура Володимир Тимофійович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
e-mail: mnivtt@gmail.com

ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗВУКУ НАДЗВУКОВИМ СТРУМЕНЕМ

Відомо, що будь-який нестационарний несталий рух газу супроводжується утворенням звуку, тому аеродинамічний шум є присутнім усюди, де є газові або повітряні потоки. Діапазон таких явищ дуже широкий: від обтікання повітрям решітки кімнатного кондиціонера, що супроводжується ледве чутним шумом, до витікання газових струменів двигунів космічного корабля, котрі створюють громоподібний звук.

При запуску штучних супутників Землі за допомогою ракети-носія виникає проблема, пов'язана з дією шуму на супутник, який розташований в головній частині ракети. Шум генерується газовим струменем, що виходить з сопла ракети. Строга теоретична постановка задачі про випромінювання звуку надзвуковим струменем, з описом механізму утворення шуму в турбулентному струмені і з урахуванням впливу руху середовища на ефективність акустичного випромінювання, є дуже складною.

Велика кількість робіт присвячена експериментальному дослідженню структури поля в зоні змішення турбулентного струменя. Турбулентний потік в зоні змішення струменя може розглядатися як складна сукупність турбулентних вихорів, що рухаються. Взаємодія цих нестационарних ділянок рідини обумовлює виникнення акустичного випромінювання, інтенсивність котрого визначається величиною пульсуючих напружень. Інформація про характеристики струменя зазвичай отримують в процесі експериментальних досліджень за допомогою нерухомих датчиків. При цьому вимірювання в деякій точці турбулентного струменя розглядаються як випадкові в статистичному сенсі. Отримана в результаті такого статистичного підходу інформація дає певне уявлення про мікроструктуру турбулентного струменя та основні закономірності її зміни в просторі і часі.

Виникає природне питання: чи можна провести наближені теоретичні розрахунки характеристик шуму турбулентного струменя спираючись саме на експериментальні дослідження струменя? У зв'язку з цим питанням представляє інтерес розробка простих алгоритмів розрахунку рівня шуму струменя, котрі базуються на аналізі доступних експериментальних досліджень шумового поля струменя ракети на старті.

У роботі запропонований напівемпіричний алгоритм розрахунку шуму ракети на старті з урахуванням максимально можливого використання накопичених експериментальних даних. Такий підхід відкриває можливість провести оцінку акустичного навантаження на головні частини ракети і дозволяє отримувати оцінки рівнів акустичного тиску в заданих точках спостереження.

Годес Алина Юльевна, аспирантка,
 Днепрпетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Днепр, Украина,
 e-mail: alinegg@mail.ru;
 Лобода Владимир Васильевич, доктор физ.-мат. наук, профессор,
 Днепрпетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Днепр, Украина,
 e-mail: lobvv@ua.fm

ДУГОВАЯ ТРЕЩИНА В ЭЛЕКТРОСТРИКЦИОННОМ КОМПОЗИТЕ

Рассматривается бесконечная плоскость, которая содержит круговое включение, скрепленное с матрицей по всей границе за исключением дуги, где возникла трещина. Материалы матрицы и включения являются линейно упругими изотропными электрострикционными и в общем случае обладают разными электрическими и механическими свойствами. Диэлектрическая проницаемость наполнителя трещины отличается от диэлектрических проницаемостей материалов матрицы и включения. Предполагается, что берега трещины проницаемы для электрического поля и не могут взаимодействовать между собой. На бесконечности приложены произвольные электрические и механические нагрузки.

В математическом плане поставленная несвязанная задача электроупругости сводится к граничной задаче электростатики относительно комплексных потенциалов включения, матрицы и трещины и к граничной задаче теории упругости относительно четырех неизвестных комплексных функций, являющихся аналогами потенциалов Колосова–Мусхелишвили. С учетом условий непрерывности напряжений и перемещений на границе раздела сред граничная задача теории упругости сводится к решению следующей задачи линейного сопряжения на трещине:

$$F'^{+}(z) + \lambda F'^{-}(z) = f(z), \quad f(z) = \frac{C_1}{z^2} + C_2 + C_3 z^2, \quad (1)$$

где λ – постоянная, определяемая механическими свойствами матрицы и включения, C_k – постоянные, определяемые электрической нагрузкой, механическими и диэлектрическими свойствами материалов и диэлектрической проницаемостью наполнителя трещины. Решение задачи (1) разыскивается в виде

$$F'(z) = \frac{1}{1+\lambda} f(z) + \frac{1}{\sqrt{(z-a_L)(z-b_L)}} \left(\frac{z-a_L}{z-b_L} \right)^{i\gamma} \left(B_3 z^3 + B_2 z^2 + B_1 z + B_0 + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2} \right), \quad (2)$$

где константы a_L и b_L определяют начало и конец трещины соответственно, $\gamma = \frac{\ln \lambda}{2\pi}$.

Неизвестные постоянные B_k и D_k , которые входят в формулу (2), определяются из условий ограниченности напряжений и перемещений вдали от вершин трещины, граничных условий на бесконечности и условия однозначности смещений при обходе вокруг трещины.

Получены аналитические выражения для раскрытия трещины, нормальных и касательных напряжений на границе раздела сред, коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах трещины. Исследована зависимость этих величин от диэлектрических и механических свойств материалов и приложенных на бесконечности электрических и механических нагрузок. Установлено, что при определенных соотношениях параметров материалов действующее на бесконечности электростатическое поле препятствует дальнейшему развитию трещины. Показано, что уменьшение модуля сдвига матрицы или ее диэлектрической проницаемости приводит к увеличению раскрытия трещины и коэффициентов интенсивности напряжений.

ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛІ ЗГИННИХ КОЛИВАНЬ ЛОПАТІ ВІТРОВОЇ ТУРБИНИ

Сучасна наукова й інженерна практика ґрунтується на моделюванні явищ і процесів у системах різної природи. При цьому у багатьох випадках бажано, щоб математичні моделі описували явища в досліджуваних системах з потрібною точністю, однак мали по можливості невисоку обчислювальну складність [1]. Одним з сучасних підходів до побудови таких моделей є застосування методів структурної і параметричної ідентифікації на основі даних, отриманих з натурних експериментів або з обчислень за моделями більш високої складності і детальності. Параметрична ідентифікація оснований на розв'язанні обернених задач, які зазвичай є математично некоректними за Адамаром і для забезпечення достатньої точності і стійкості розв'язків потребують застосування спеціальних методів [2]. Багато з цих методів оснований на мінімізації певних функцій якості [3], а також на застосуванні штучних нейронних мереж [4].

У даній роботі на прикладі побудови спрощеної одновимірної моделі низької розмірності балочного типу, що описує низькочастотні згинні коливання композитної лопаті вітрової турбіни з горизонтальною віссю обертання, за модальними даними, отриманими із скінченно-елементних розрахунків з використанням більш детальної моделі оболонкового типу, запропоновано підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації, який показав хорошу точність і стійкість результатів. Особливістю конструкції лопатей сучасних вітрових турбін [5, 6] у порівнянні, наприклад, з крилом літака (див. [3]) є їх істотна неоднорідність – має місце значне утоншення таких лопатей у напрямку до кінця і закручення по довжині [6]. Останнє призводить до зв'язаності форм коливань у напрямках поперек та у площині ротора, і, відповідно, до необхідності ускладнення математичної моделі, яка має враховувати цей ефект.

У даному підході ідентифікація параметрів моделі здійснюється за допомогою мінімізації функції якості, яка враховує відхилення як резонансних частот, так і відповідних форм коливань. При цьому використовується алгоритм глобальної оптимізації DIRECT [7], який базується на розбитті гіперкуба з прямим пошуком мінімуму. Стабільні результати ідентифікації були отримані при використанні у функції якості абсолютних відхилень частот і модальних переміщень, а також логарифмічному масштабуванні значень згинних жорсткостей, які ідентифікуються, і використанні для стабілізації розв'язку оберненої задачі додаткової апріорної інформації про обмеженість і монотонність жорсткостей (розв'язання на компакт) [1].

1. Staino A. Emerging Trends in Vibration Control of Wind Turbines: a Focus on a Dual Control Strategy / A. Staino, B. Basu // Phil. Trans. R. Soc. A. – 2015. – **373**, Iss. 2035.
2. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела / А.О. Ватульян. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.
3. Dunn S.A. Technique for Unique Optimization of Dynamic Finite Element Models / S.A. Dunn // Journal of Aircraft. – 1999. – **36**, No. 6. – P. 919-925.
4. Trivailo P.M. Inverse problem of aircraft structural parameter estimation: application of neural networks / P.M. Trivailo, G.S. Dulikravich, D. Sgarioto, T. Gilbert // Inverse Problems in Science and Engineering. – 2006. – **14**, No. 4. – P. 351–363.
5. Serrano-González J. Technological evolution of onshore wind turbines – a market-based analysis / J Serrano-González, R. Lacal-Arántegui // Wind Energy. – 2016. – **19**, No. 12. – P. 2171–2187.
6. Chen K.N. Structural Optimization of 3 MW Wind Turbine Blades Using a Two-Step Procedure / K.N. Chen, P.Y. Chen // Int. J. Simul. Multidisci. Des. Optim. – 2010. – **4**, No. 3–4. – P. 159-165.
7. Finkel D.E. DIRECT Optimization Algorithm User Guide / D.E. Finkel. – 14 p. – Режим доступу: http://www4.ncsu.edu/~ctk/Finkel_Direct/DirectUserGuide_pdf.pdf.

Горошко Иван Олегович, кандидат физ.-мат. наук,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина,
e-mail: igoroshko@ukr.net
Горошко Олег Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

УТОЧНЕНИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ТРУБЫ С ПРОТЕКАЮЩЕЙ В НЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

Трубопроводные системы разнообразного вида и назначения находят широкое применение в различных технических системах. Они служат для перемещения жидких, газообразных и многофазных сред, во многих случаях выступая при этом также и в качестве силовых элементов конструкций. И если при малых скоростях течения в трубах динамические эффекты в большинстве случаев оказываются незначительными, то при увеличении скорости имеет место существенное изменение динамических характеристик, выражающееся в изменении частот и форм собственных колебаний труб, амплитуд вынужденных колебаний и т. д., а при достижении критических значений скорости — потеря устойчивости, проявляющаяся в виде выпучивания трубы либо возникновения флаттерных колебаний. При переменных скоростях течения наблюдаются также эффекты в виде параметрические колебаний и потери устойчивости.

Подробное изложение математических моделей динамики труб с протекающей жидкостью, методов их получения, а также методов и результатов аналитического и численного исследования различных по постановке задач динамики и устойчивости таких систем можно найти в соответствующей монографической литературе и многочисленных журнальных публикациях. Однако в данной области существует ряд проблем, которые еще не нашли своего окончательного решения.

Несмотря на весьма глубокую и многостороннюю изученность вопросов, касающихся построения математических моделей динамики труб с протекающей жидкостью (как линейных, так и нелинейных), некоторые моменты, связанные с учетом происходящих в таких системах физических процессов до сих пор оказались неисследованными (во всяком случае, не до конца). Данная работа посвящена выводу линейных уравнений динамики трубы с протекающей жидкостью с учетом неоднородности скорости жидкости по сечению трубы, а также силовых эффектов, связанных с той частью давления, которая изменяется по длине трубы вследствие вязкого трения в жидкости. Для оценки важности внесенных в модель уточнений проведено численное исследование некоторых случаев, достаточно близких к практическим задачам.

Gorshkov Vyacheslav N., Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor,
Department of Physics, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine;
Theoretical Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87545, USA.
 Navadeh Navid, MSc. PhD student,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK;
 Sareh Pooya, PhD, Post-doctoral Research Associate,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK;
 Tereshchuk Vladimir V., MSc., PhD student,
Theoretical Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87545, USA;
 Fallah, Arash S., Ph.D., Assistant Professor,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK;
 e-mail: as3@imperial.ac.uk

SONIC METAMATERIALS: INFLUENCE OF TOPOLOGY ON DISPERSION SURFACE MORPHOLOGY

Sonic metamaterials have numerous applications from sonar detection to acoustic diodes and medical imaging. Investigating dispersion surface morphology of sonic metamaterials is crucial in providing information on related phenomena as inertial coupling, acoustic transparency, polarisation, and absorption. In the present study, we look into frequency surface morphology of two-dimensional (2D) metamaterials of $K_{3,3}$ and K_6 topologies. The elastic structures under consideration consist of the same substratum lattice points and form a pair of sublattices with hexagonal symmetry. We shall show that, through introducing universallocalised mass-in-mass phononic microstructures at lattice points, six single optical frequency-surfaces can be formed with required properties including negative group velocity. Splitting the frequency-surfaces is based on the classical analog of the quantum phenomenon of ‘energy-level repulsion’, which can be achieved only through internal anisotropy of the nodes and allows us to obtain different frequency band gaps. Some possible applications of these classes of materials are discussed.

Грибовский Глеб Викентьевич, магистрант, механико-математический факультет,
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: mmf.gribovskiy@gmail.com;
Щербаков Сергей Сергеевич, доктор физ.-мат. наук, профессор,
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ОБЪЁМНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ СИСТЕМЫ «АВТОМОБИЛЬНАЯ ШИНА–АСФАЛЬТОБЕТОН»

Большое количество работ посвящено аналитическому и компьютерному моделированию элементов системы «диск–автомобильная шина–асфальтобетон», но задача оценки одновременных контактных взаимодействий элементов системы, их пространственного напряжённо-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости остаётся не полностью исследованной.

Для определения вышеуказанных состояний системы проводились расчёты в программном комплексе ANSYS [1]. Использовалась готовая модель грузовой шины радиуса 22,5 дюйма с диском (рис. 1), нагруженная радиальной нагрузкой на диск и внутренним давлением в шине. В шину были добавлены основные слои, свойственные реальным шинам: слои стального брекера, нейлоновый каркас, бортовое кольцо, резиновый протектор.

Расчёт повреждаемости был основан на использовании модели деформированного твёрдого тела с опасным объёмом. В соответствии с данной моделью опасным объёмом является пространственная область нагруженного тела, в которой действующие напряжения превышают предельные [2].

Получены распределения напряжений в системе, рассчитаны контактное взаимодействие между её элементами, а также опасные объёмы в шине и асфальтобетонном покрытии в зоне контакта. Рассчитанные опасные объёмы в асфальтобетоне оказались примерно 2-2,5 раза больше чем в шине в силу большей жёсткости асфальтобетон.

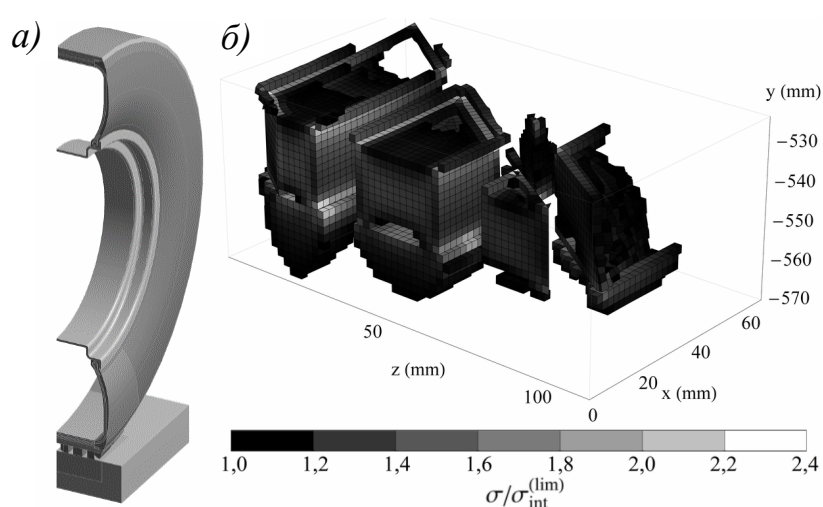


Рис. 1. Геометрическая модель системы (а) и опасные объёмы V_{int} по интенсивности напряжений в зоне контакта протектора шины и асфальтобетона (б)

1. Грибовский Г. В. Объемная повреждаемость трибофатической системы диск–многокомпонентная шина–асфальтобетон / Г. В. Грибовский, С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: междунар. Научно-техн. сборник. Минск: БНТУ. – 2017. – Вып. 32. – С. 277 – 282.
2. Щербаков С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – 407 с.

Григоренко Олександр Ярославович, доктор фіз.-мат. наук, професор,

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна,

e-mail: ayagrigorenko@yandex.ua;

Борисенко Максим Юрійович, кандидат фіз.-мат. наук,

Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського, Миколаїв, Україна,

e-mail: maxborisenko530@mail.ru;

Бойчук Олена Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук,

Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського, Миколаїв, Україна,

e-mail: boychuklena@rambler.ru;

Васильєва Лариса Яківна, кандидат фіз.-мат. наук,

Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського, Миколаїв, Україна,

e-mail: lara@vasilieva.mk.ua.

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ НЕЗАМКНЕНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

В різних галузях промисловості широке застосування знаходять циліндричні оболонки некругового поперечного перерізу, які можуть мати як замкнуті так і незамкнуті контури. В зв'язку з цим дуже важливо мати інформацію про їхні динамічні параметри, зокрема про частоти і форми вільних коливань, оскільки в реальних умовах експлуатації необхідно уникати резонансних режимів, які спричиняють руйнування конструкції в цілому.

Метою цього повідомлення є визначення частот та форм вільних коливань ізотропної незамкненої циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу з жорстко закріпленням одним торцем, інший торець вільний, а також порівняння отриманих результатів з результатами отриманими чисельно [1] та експериментально [2] для консольно закріпленої замкненої циліндричної оболонки такої самої геометрії.

В наш час широке застосування для розв'язування задач механіки набуло використання систем автоматизованого конструювання (computer-aided engineering – CAE), які спроможні обчислювати конструкцію будь-якої форми завдяки застосування методу скінченних елементів. Крім того, CAE-системи дають користувачу можливість оцінити поведінку комп'ютерної моделі виробу в реальних умовах експлуатації без значних затрат часу та коштів. Однією з таких систем є Femap з розв'язувачем NX Nastran. Даний програмний засіб був використаний в ряді досліджень з визначення частот і форм вільних коливань замкнутих циліндричних оболонок еліптичного поперечного перерізу. Результати отримані чисельно підтверджуються експериментально з відносною середньою похибкою 6% [2].

Геометрія оболонки, фізико-механічні характеристики та розбивка скінченними елементами обрані такі самі як в [1].

В результаті дослідження отримані частоти та форми вільних коливань розглянутої оболонки. Аналіз результатів показав, що власні частоти при однакових формах коливань для незамкненої оболонки нижчі порівняно із замкненою, що пояснюється меншою жорсткістю конструкції.

1. Budak V.D. Determination of eigenfrequencies of an elliptic shell with constant thickness by the finite-element method / V.D. Budak, A.Ya. Grigorenko, M.Yu. Borisenko, and E.V. Boychuk // Journal of Mathematical Sciences, 2016. – Vol.212, №2. – P. 182-192.

2. Будак В.Д. Визначення власних частот тонкостінної оболонки некругового поперечного перерізу методом стробогологографічної інтерферометрії / В.Д. Будак, О.Я. Григоренко, М.Ю. Борисенко, О.П. Пригода, О.В. Бойчук // Проблеми вычислительной механики и прочности конструкций. – 2015. – 24. – С. 18-25.

Гришук Сергій Вікторович, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Інститут математики НАН України,
e-mail: serhii.gryshchuk@gmail.com,
gryshchuk@imath.kiev.ua

DISPLACEMENTS-TYPE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF ISOTROPIC MEDIUM AND MONOGENIC FUNCTIONS

A problem on finding an elastic equilibrium in the isotropic case when boundary values of some first-order partial derivatives of displacements are given on the boundary of domain, is reduced to the Schwartz-type boundary value problem for hyperanalytic functions with values in the complex commutative algebra of the second rank.

This research is partially supported by Project of Ministry of Education and Science of Ukraine (Project No. 0116U001528).

1. Gryshchuk S.V. B-valued monogenic functions and their applications to boundary value problems in displacements of 2-D Elasticity / S. V. Gryshchuk. – 2016. – ArXiv preprint / arXiv:1601.01626v1 [math.AP] – 12 p.
2. Gryshchuk S.V. APPLICATIONS TO BOUNDARY VALUE PROBLEMS IN DISPLACEMENTS OF 2-D ELASTICITY / S. V. Gryshchuk // *Analytic Methods of Analysis and Differential Equations*. – AMADE 2015, *S.V. Rogosin and M. V. Dubatovskaya, Belarusian State University, Minsk, Belarus (Eds.)*, Cambridge Scientific Publishers Ltd, 45 Margett Street, Cottenham, Cambridge CB24 8QY, UK. – 2016. – to appear, ISBN (paperback) 978-1-908106-56-8. – P. 37–47.

Гуржий Александр Андреевич, доктор физ.-мат. наук, стар. Науч. Сотр.,
Национальный технический университет Украины “КПИ им. Игоря Сикорского”, Киев, Украина,
e-mail: a.gourjii@gmail.com;
Шалденко Алексей Викторович, кандид. Техн. наук,
Национальный технический университет Украины “КПИ им. Игоря Сикорского”, Киев, Украина,
e-mail: o.shaldenko@gmail.com

ПРИНУДИТЕЛЬНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ МИКРОПРОЦЕССОРОВ ЖИДКИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

Анализ современной научной литературы показывает, что воздушный принудительный теплоотвод с поверхности микропроцессоров, которые сегодня применяется в вычислительной технике, фактически выходит на свои предельные возможности [1]. Одним из технических решений этой проблемы является создание в кристалле микропроцессора системы каналов с жидким теплоносителем, который за счет диффузионного и конвективного потоков может выводить необходимое количество тепла во внешнее охлаждающее устройство. Для формирования непрерывного движения в такой системе теплоотвода необходимо поддерживать разность давлений, затрачивая часть электрической мощности компьютера. Сопоставление результатов опытных исследований коэффициентов теплоотдачи показало, что увеличение скорости течения теплоносителя, введение в канал системы различных вставок, направляющих приводят к заметному улучшению термических свойств устройств теплопередачи различного назначения [2].

Основными уравнениями, описывающими гидродинамические процессы внутри канала и процессы теплопередачи являются уравнения Навье-Стокса, уравнение неразрывности и уравнение переноса тепла с соответствующими начальными и граничными условиями. Поставленная задача решалась численно в терминах “функция тока – завихренность”.

В работе получена количественная зависимость уровней тепловых потоков через границы криволинейных каналов со вставками различной геометрии и разности давлений на входе и выходе зигзагообразного каналов от скорости ламинарного течения теплоносителя. Исследования показали, что введение системы вставок различной геометрии в каналы при малых числах Рейнольдса $Re < Re_{cr}$ ($Re_{cr} \approx 30...40$) не приводит к увеличению уровня тепловых потоков. В этом случае потери на давление связаны только с изменением направления течения при ламинарном обтекании вставок потоком.

При скоростях движения $Re > Re_{cr}$ система вставок внутри каналов позволяет увеличить уровни тепловых потоков по сравнению с каналами без вставок. В угловых областях перед вставками и за ними образуются стационарные (квазистационарные) циркуляционные зоны, которые выравнивают поле температур в поперечном сечении канала и значительно увеличивают удельные тепловые потоки через границы течения. В работе определены геометрические параметры вставок, при которых достигаются наибольшие уровни тепловых потоков через ограничивающие поверхности криволинейных каналов.

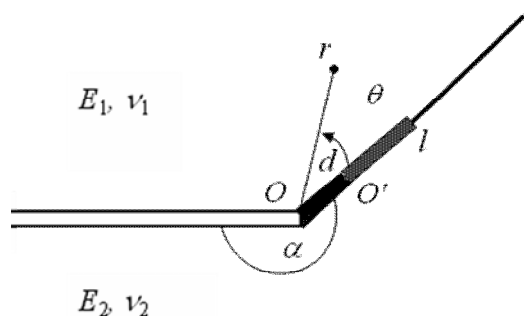
1. Favre-Marinet M. Convective heat transfer / M.Favre-Marinet, S.Tardu – London: John Wiley and Sons, 2013 – 373p.
2. Roberts E.P.L. The simulation of stretch rates for the quantitative prediction and mapping of mixing within a channel flow / E.P.L.Roberts, M.R.Mackley // Chemical engineering science. – 1995. – Vol.50, N23. – p.3727-3746.

Дудик Михайло Володимирович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
Уманський державний педагогічний університет, Умань, Україна
e-mail: dudik_m@hotmail.com
Решітник Юлія Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук
Уманський державний педагогічний університет, Умань, Україна
e-mail: dikhtiarenko_iu@udpu.edu.ua
Феньків Володимир Михайлович, аспірант
Уманський державний педагогічний університет, Умань, Україна
e-mail: fenkiv@ukr.net

МОДЕЛЬ ПЛАСТИЧНОЇ ЗОНИ В АДГЕЗІЙНОМУ МАТЕРІАЛІ БІЛЯ ВЕРШИНИ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ

Експериментальні дослідження напружено-деформованого стану біля гострокінцевих концентраторів напружень виявили складну структуру пластичної зони в їх околі, насамперед, наявність в ній у частині, прилеглій до вершини концентратора, зони деструкції матеріалу з високим рівнем деформацій. Одним з варіантів урахування зони деструкції є комплексна модель, запропонована А.О. Камінським і Л.А. Кіпнісом для бічної зони переддруйнування в кінці міжфазної тріщини, яка базується на моделях Комніноу та Леонова-Панасюка-Дагдейла [1].

В даній роботі розглядається частинний випадок комплексної моделі маломасштабної пластичної зони в адгезійному матеріалі біля вершини міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі поділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів в припущенні малості зони деструкції та відсутності контакту берегів. Пластичну зону подано



лінією розриву переміщення, що складається з двох частин (рис.). Прилегла до вершини зона деструкції моделюється відрізком, на якому зазнають розриву нормальне і дотичне переміщення, а нормальне і дотичне напруження дорівнюють опору матеріалу відриву і зсуву відповідно. Інша частина пластичної зони моделюється відрізком розриву дотичного переміщення, на якому дотичне напруження дорівнює опору зсуву. Вважаючи довжину зони деструкції значно меншою за розмірами порівняно із довжиною

всієї зони переддруйнування та використовуючи відомий розв'язок задачі про маломасштабну пластичну зону [2] в кінці міжфазної тріщини для формулювання умови на нескінченості, за допомогою методу Вінера-Хопфа знайдено розв'язок задачі про розрахунок параметрів зони деструкції і напружено-деформованого стану в околі вершини тріщини. Виконано числовий аналіз параметрів зони деструкції. Виявлено їх суттєву залежність від пружних параметрів з'єднаних матеріалів, конфігурації навантаження, а також від кута зламу межі поділу середовищ. Результати розрахунків порівнюються з результатами інших моделей.

1. Каминский А.А. О страгивании трещины, расположенной на границе раздела упругих сред / А.А. Каминский, Л.А. Кипнис // Доповіді НАН України. – 2011. – №1. – С.38-43.

2. Дудик М.В. Вплив пластичності з'єднувального матеріалу на поворот міжфазної тріщини у кутовій точці межі поділу середовищ / М.В. Дудик, Ю.В. Діхтяренко, В.М. Дякон // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2014. – №1. – С.45-52.

Ємельянов Володимир Васильович, *провідн. Інженер, ПРАО «Альтрон» м. Харків, Україна*
Отто Костянтин Валентинович, *начальник відділу, ПРАО «Альтрон» м. Харків, Україна*
Отто Георгій Костянтинів, *інженер, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,*
Розумнюк В'ячеслав Іванович, *кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с.,*
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
Яровой Леонід Костянтинів, *кандидат техн. наук, с.н.с.,*
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: yarovoi@univ.kiev.ua.

ЛАЗЕРНА ДОПЛЕРІВСЬКА СИСТЕМА ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ АКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ НА ЗНАЧНІЙ ВІДСТАНІ

Потреба в безконтактній діагностиці акустичних вібрацій на значній відстані виникає з необхідності вимірювання коливань будівель та інженерних споруд (наприклад, мостів, обладнання компресорних станцій, реакторів, вітрових генераторів тощо); особливо чутливі прилади можуть бути застосовані для прихованого зняття акустичної інформації, що наразі є актуальним в зоні АТО.

У переважній більшості випадків таким вимогам задовольняють лазерні доплерівські віброметри (ЛДВ), побудовані на основі двопроменевої інтерференційної схеми, яка дає можливість отримання доплерівського зсуву шляхом порівняння частоти зондувального та референтного променів. Як відомо [1], миттєва швидкість вібраційного процесу розраховується за формулою $v(t) = \frac{1}{2} \Delta f \cdot \lambda$, де λ – довжина хвилі лазерного випромінювання, а Δf – доплерівський зсув частоти лазера.

Пропонується концепт оптичної системи, яка використовує лише один (зондувальний) промінь, котрий опромінює ціль і, змінивши поточну фазу випромінювання відповідно до миттєвого зміщення віброуючої поверхні, повертається до резонатора лазера, де підсилюється. Випромінювання, що циркулює в резонаторі, виступає у якості референтної хвилі. Биття цих двох хвиль реєструється як корисний сигнал пропорційний миттєвій швидкості поверхні [2]. Саме завдяки внутрішньому резонаторному підсиленню зворотної зондувальної хвилі і особливому методу реєстрації биття оптичних хвиль досягається надвисока чутливість до слабких оптичних сигналів.

На даний час експериментально підтверджено, що наявна система забезпечує надійне вимірювання вібрації нанометрових амплітуд на відстані до 150 метрів від об'єкту спостережень (без будь-якої попередньої підготовки відбиваючої поверхні).

Проведені експерименти з діагностики коливань тестових об'єктів, викликаних акустичною хвилею, демонструють, що віброметр при потужності лазерного джерела в 5 мВт впевнено діагностує акустичні коливання амплітудою до 2,5 нм.

Система лазерної діагностики створена в ПРАО «АЛЬТРОН» за участю фахівців механіко-математичного факультету Київського національного університету.

1. Drain L. E. The Laser Doppler Technique / Drain L. E. – New York: Wiley, 1980. – 450 p.
2. Ємельянов В. В., Отто Г. К., Отто К. В., Розумнюк В. І., Яровой Л. К. Лазерний віброметр з зворотнім зв'язком в напівпровідниковому лазері / В. В. Ємельянов [та ін.] // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. – 2012. – Вип. 1. – С. 77 – 82.

Zhang Dezhou, Ph. D. Student,
Loughborough University, Loughborough, UK,
e-mail: d.zhang3@lboro.ac.uk;
Zhao Liguo, Ph. D. (Solid-Mech.), Professor,
Loughborough University, Loughborough, UK,
e-mail: l.zhao@lboro.ac.uk;
Roy Anish, Ph. D. (Comput.-Sci.-Eng.), Reader,
Loughborough University, Loughborough, UK,
e-mail: a.roy3@lboro.ac.uk

PLASTIC DEFORMATION IN SILICON CARBIDE – EXPERIMENTS AND DDD MODELLING

Silicon carbides (SiCs) possess superior properties such as high strength, hardness, endurance and low thermal expansion. It is generally brittle but can become ductile under certain loading conditions. This work aims to evaluate plastic deformation in silicon carbides using both experimental and modelling methods. Experiments with a wide range of loading rates were carried out for 6H SiC, including quasi-static compression and Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB). Wedge indentation tests were also performed to reveal if plastic deformation can happen at macroscopic scale under a confined stress state. In addition, discrete dislocation dynamics (DDD) modelling was conducted at microscopic scale to simulate plastic deformation of micro-pillars under compression.

For quasi-static compression tests, rectangle specimens with a dimension of $3 \times 3 \times 6 \text{ mm}^3$ were used, and two loading rates, 1 kN/min and 10 kN/min, were considered. Strain was measured using both strain gauges and Digital Image Correlation (DIC) method. Stress-strain response showed purely brittle behavior of the material, confirmed also by SEM/TEM examinations of fractured fragments. For SHPB tests, cubic specimens with a dimension of $4 \times 4 \times 4 \text{ mm}^3$ were used, and surface flatness was controlled via lapping and polishing during specimen preparation. Stress-strain measurements confirmed the occurrence of plastic deformation under these high strain rate loading conditions, with dislocations identified from TEM studies of fractured pieces. For wedge indentation tests, a rectangle sample was prepared, with surfaces carefully grinded and polished to minimize the issue of surface parallelism and the effect of potential defects. The wedge indenter was machined out of a tungsten carbide block. A housing was designed to fix the wedge indenter to a universal Instron testing machine. Experiments showed imprints on the indented surface as well as localised brittle fracture on the side surface. Post-test SEM/TEM examinations showed no clear evidence of dislocations.

Three dimensional DDD simulations were also carried out to study plastic deformation in single crystal 6H-SiC micro-pillars under compression [1]. For loading direction parallel to $\langle 0001 \rangle$ orientation, there was no plastic flow. When the loading axis was tilted 40 or 45 degrees from the basal plane, plastic flow happened. Simulations also showed that plastic deformation depended on pillar's diameter and the computed yield strengths were similar to those reported in [1].

This study concluded that, under high loading rate or at microscopic scale, SiCs can deform plastically, as evidenced by the development of non-linear stress-strain response and also the evolution of dislocations. These findings can be explored to control the brittle behaviour of the materials and benefit end users in relevant industries.

1. G. Kwon, H.H. Jo, S. Lim, C. Shin, H.-H. Jin, J. Kwon, G.-M. Sun. Room-temperature yield and fracture strength of single-crystalline 6H silicon carbide. *J. Mater. Sci.* – 2015. – Vol. 50. – P. 8104-8110.

Жук Олександр Петрович, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник,
 Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна;
 e-mail: zhuk@inmech.kiev.ua
 Жук Ярослав Олександрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: y.zhuk@i.ua

ДІЯ РАДІАЦІЙНОЇ СИЛИ В ЗВУКОВІЙ ХВИЛІ НА ТВЕРДУ СФЕРИЧНУ ЧАСТИНКУ В ОКОЛІ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ РІДИНИ

Розглядається ідеальна стислива рідина, в якій на відстані l від вільної її межі знаходиться тверда сферична частинка радіуса R (рис. 1). Рідина характеризується густиною ρ і швидкістю звуку в ній a_0 . В напрямі, перпендикулярному до межі рідини ($z=0$), поширюється плоска звукова хвиля, потенціал Φ_i якої в системі координат $Ox_1y_1z_1$ (рис.1) має такий вигляд

$$\Phi_i = A \exp[i(kz - \omega t)], \quad (1)$$

де A – амплітуда, k – хвильове число, ω – кутова частота.

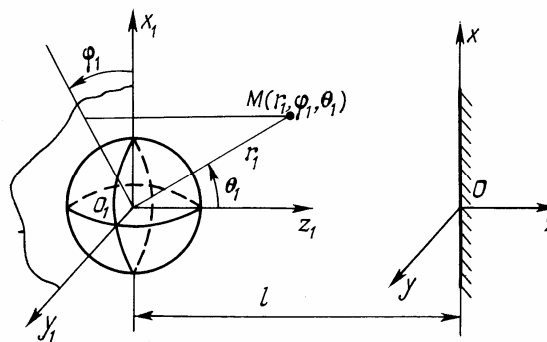


Рис.1

На сферичну частинку, яку вважаємо нерухомою, в звуковому полі діє сила

$$\mathbf{F} = - \int_S p \mathbf{e}_r dS. \quad (2)$$

В (2) p – тиск в рідині, обумовлений звуковою хвилею, S – поверхня сферичної частинки, $\mathbf{e}_r$ – орт нормалі до поверхні сферичної частинки. Радіаційна сила є стала складова сили (2), тобто сила, усереднена в часі за період коливань звукової хвилі [1, 2]. У зв'язку з цим при обчисленні тиску p в звуковому полі, необхідно враховувати величини, квадратичні по змінних цього поля, які не перетворюються в нуль при усередненні в часі. Для визначення потенціалу Φ_i звукового поля необхідно розв'язати дифракційну задачу про розсіяння первинної звукової хвилі з потенціалом Φ на сферичній частинці і відбитої від вільної поверхні рідини. Як відомо [1, 2], при цьому можна обмежитись розв'язком лінійної задачі дифракції. Вільну поверхню рідини можемо вважати ідеальною [3] і для визначення потенціалу відбитої від вільної поверхні рідини хвилі скористатися методом уявних зображень, а потенціал Φ інтерференції всіх звукових хвиль подати сумою узагальнених рядів по сферичних хвильових функціях, застосувавши до них теореми додавання.

1. King L.V. On the acoustic radiation pressure on sphere//Proc. Roy. Soc. Ser.A.-1934.-147, N 861. – P.212 – 240.
2. Гузь А.Н., Жук А.П., Багно А.М. Динамика упругих тел, твердых и жидких частиц в сжимаемой вязкой жидкости (обзор) // Прикл. механика. – 2016.– 52, № 5. – С. 3– 77.
3. Исакович М.А. Общая акустика.– М.: Наука, 1973. – 496 с.

Зражевський Григорій Михайлович, канд. фіз.-матем. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
zgriig@univ.kiev.ua ;

Зражевська Віра Федорівна, канд. фіз.-матем. наук, доцент,
Національний технічний університет України "КПІ імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна.

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ГАРМОНІЙНИМИ КОЛИВАННЯМИ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ

Оптимізація параметрів механічних пристроїв, що використовуються для збудження і формування хвильових рухів, дозволяє істотно поліпшити їх функціональні характеристики. Застосування математичних методів, що призводять до задач оптимізації, є традиційним в задачах конструювання механічних пристроїв з критеріально заданими оптимальними характеристиками. Оптимізаційні математичні методи також активно застосовуються в задачах оптимального керування механічних пристроїв. Слід зазначити, що в ряді випадків при поєднанні таких завдань оптимізаційний підхід призводить до змішаних задач умовної мінімізації багатоекстремальних функціоналів, математичне обґрунтування розв'язання яких викликає певні труднощі.

У пропонованій роботі розглянута модельна задача про коливання шарнірно закріпленої пластини, що знаходиться під впливом деякого числа зосереджених на колах сил, розподілених в кутовому напрямку. Ставиться задача про визначення оптимальної кількості сил і їх характеристик – місця прикладання, амплітуди і фази коливань, які забезпечують із заданою точністю найкращим чином наближення заданих форми і фази коливань пластини в заданому частотному діапазоні. Вважається, що модель пластини задовольняє умовам Кірхгофа. Пряма задача визначення коливань при відомих характеристиках збудження розв'язується методом функції Гріна. В оберненій, оптимізаційній задачі, за критерій оптимальності прийнято метод найменших квадратів інтегральних відхилень амплітуди та фази коливань від заданих. Проведено аналіз поставленої умовної задачі мінімізації багатоекстремального функціоналу. Побудований її дискретний еквівалент, що формулюється у вигляді змішаної умовної неопуклої задачі мінімізації. Проведені дослідження дискретної задачі дозволили побудувати ефективний чисельний алгоритм її розв'язання.

Проведені дослідження продемонстровано на чисельних прикладах визначення оптимальних характеристик збудження заданих коливань. Досліджено та проаналізовано якість керування (задається значенням цільової функції задачі) в залежності від обмеження кількості навантажуючих сил та частоти збурення. При чисельній реалізації використаний багатфункціональний пакет PSG (Matlab Interface), наданий American Optimal Decision, USA.

Ka Ho Pang, Ph. D., Student,
Loughborough University, Loughborough, UK,
 e-mail: k.h.pang@lboro.ac.uk
 Emil Tymicki, Ph. D.
Institute of Electronic Materials Technology, Warsaw, Poland
 e-mail: Emil.Tymicki@itme.edu.pl
 Mark Elsegood, Ph. D., Senior Lecturer
Loughborough University, Loughborough, UK,
 e-mail: M.R.J.Elsegood@lboro.ac.uk
 Zhao Ligu, Ph. D. (Solid-Mech.), Professor,
Loughborough University, Loughborough, UK,
 e-mail: l.zhao@lboro.ac.uk;
 Roy Anish, Ph. D. (Comput.-Sci.-Eng.), Reader,
Loughborough University, Loughborough, UK,
 e-mail: a.roy3@lboro.ac.uk

DEFORMATIONS IN SINGLE-CRYSTAL 6H SILICON CARBIDE: EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS AND FINITE ELEMENT ANALYSIS

Silicon carbide (SiC) is a promising material for micro-electromechanical systems (MEMS) applications as well as structural materials in harsh environments. Due to its excellent electrical stability, mechanical robustness, and chemical inertness, SiC is poised to replace silicon-based MEMS devices. On the other hand, SiC can also be used as structural components in the aerospace, automotive and nuclear industries where components are subjected to high temperature, high power frequency or irradiated environments. Components from SiC can range from the micro to the macro length scales. There are more than 200 known polytypes of SiC with the most common being the cubic 3C-SiC and hexagonal 4H-SiC and 6H-SiC. SiC is brittle in bulk form, however, at small component length-scales deformation plasticity is observed. Prior studies have also shown that the material properties of single crystal of 3C, 2H and 4H-SiC demonstrate pressure dependence at pressures up to 140Gpa[1]. At small length-scales numerical models that predict plastic deformation of components is heavily influenced by component size and accurate representation of material properties especially those that are pressure sensitive. A good understanding of deformation behaviour is, therefore, crucial for reliable small-scale component design and fabrication. Here, experimental and numerical analysis of the deformation behaviour of single-crystal 6H-SiC in nanoindentation is presented. Nanoindentation studies were carried out in two orientations of the single-crystal using a Berkovich indenter. Next, high pressure compression study on single-crystal 6H-SiC was performed. Finally, an implementation of single crystal-plasticity theory in a finite-element (FE) modelling framework is carried out to predict the deformation of the hexagonal single-crystal. The validity of the present FE modelling methodology was corroborated through comparison between FE simulations and experimental data in terms of indent profile and load-displacement curves from the nanoindentation studies and the pressure sensitivity of the material constants from the high pressure study. Our results demonstrate that an enhanced version of classical crystal plasticity theory can be reliably applied in predicting plastic deformation and pressure sensitivity of ceramic at small scales.

1. Sarasamak K. Pressure-dependent elastic constants and sound velocities of wurtzite SiC, GaN, InN, ZnO, and CdSe, and their relation to the high-pressure phase transition: A first-principles study / K. Sarasamak , Lambrecht W. R. L. // Phys. Rev. B. – 2010. – **82**, N.3. – P. 35201.

НЕСТАЦІОНАРНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ, ЯКЕ СПРИЧИНЯЄ ВІДСУТНІСТЬ НАПРУЖЕНЬ У НЕОДНОРІДНОМУ ДОВГОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ

Функціонально-градієнтні матеріали (ФГМ) – неоднорідні матеріали з характеристиками, які неперервно змінюються з координатами за технологічно заданим законом. Вони створені для роботи в умовах підвищених температур та їх перепадів з метою продовження часу експлуатації конструкцій за рахунок оптимізації термонапруженого стану.

Важливе практичне завдання – отримання потрібного розподілу напружень чи переміщень у ФГМ, зокрема, нульового в умовах зовнішніх заданих теплових навантажень на поверхні тіла можна вирішувати визначенням температурних і силових навантажень та масових сил, а також залежностями від координати характеристик матеріалу [1].

Розглянуто неоднорідний довгий кільцевий циліндр з нестационарним розподілом температури та заданими на його поверхнях і вздовж осі залежними від часу навантаженнями. Характеристики матеріалу залежать від радіальної координати ρ . Із запропонованого інтегрального рівняння Фредгольма другого роду [2], до розв'язування якого зведена класична задача незв'язаної квазістатичної термопружності, отримано точний аналітичний вираз, який зв'язує температурне поле, фізико-механічні характеристики матеріалу, радіальні напруження та силові навантаження вздовж осі циліндра. У випадку нульових навантажень на бічних поверхнях циліндра цей зв'язок в межах квазістатичної задачі термопружності має вигляд $T(\rho, t) = T_0 + \frac{C(t)}{\alpha(\rho)} - p(t)F(\alpha(\rho), \nu(\rho))$, де t – час, $T(\rho, t)$

– температурне поле, яке повинно задовольняти нестационарне рівняння теплопровідності, початкову і межові умови, T_0 – опорна температура, при якій відсутні напруження і переміщення, $\alpha(\rho), \nu(\rho)$ – коефіцієнти лінійного теплового розширення та коефіцієнт Пуассона відповідно, $p(t)$ – залежне від часу осьове навантаження, яке забезпечує постійну вздовж радіальної координати осьову деформацію, $F(\alpha(\rho), \nu(\rho))$ – відома функція, рівна нулеві при сталому коефіцієнті Пуассона, $C(t)$ – довільна функція від часу, $F(\alpha(\rho), \nu(\rho))$, C – містять однакові означені інтеграли від виразів, які включають модуль пружності та коефіцієнт Пуассона. На основі нестационарного рівняння теплопровідності встановлено аналітичний зв'язок між об'ємними тепловими джерелами, тепловими навантаженнями на поверхні та потрібними характеристиками неоднорідного матеріалу, які забезпечують при відсутності масових сил нульові радіальні, а, отже і нульові колові та осьові напруження у циліндрі. За результатами числового аналізу досліджено можливості створення відповідного температурного поля.

1. Калиняк Б.М. Характеристики матеріалів, які забезпечують нульові радіальні термонапруження у неоднорідному довгому порожнистому циліндрі /Калиняк Б.М. //Вісник Київського університету, Серія фіз.-мат.науки. – 2015. – Спецвыпуск. – С. 97–100.
2. Калиняк Б.М. Рівняння Фредгольма 2-го роду відносно радіальних напружень для визначення термопружного стану неоднорідного порожнистого довгого циліндра /Калиняк Б.М. //Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2013. – т. 56, № 3. – С. 141–147.

Карнаухов Василь Гаврилович, доктор фіз.-мат. наук, професор
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка, Київ, Україна;
Козлов Володимир Ілліч, доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка, Київ, Україна,
e-mail: shevalie@ua.fm
Карнаухова Тетяна Василівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний технічний університет України «КПІ», Київ, Україна.

ВИМУШЕНІ РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ПЛАСТИН З СЕНСОРАМИ ТА АКТУАТОРАМИ З ВРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ТЕМПЕРАТУРИ ВІБРОРОЗІГРІВУ, ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ Й ДЕФОРМАЦІЙ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ

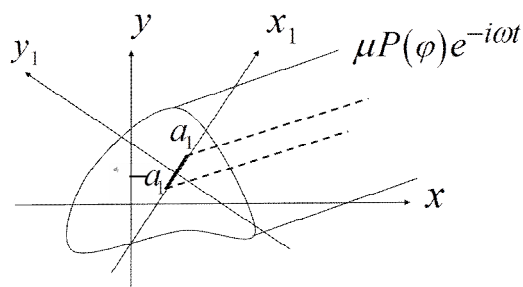
Пластини з композитних матеріалів на полімерній основі широко використовуються в різних галузях сучасної техніки. При їх експлуатації одним з основних режимів роботи таких елементів конструкцій є вимушені гармонічні коливання, зокрема і резонансні. В зв'язку з тим, що при гармонічних коливаннях вказані матеріали мають гістерезисні втрати, при певних умовах в залежності від рівня навантаження й умов теплообміну в згаданих елементах може мати місце суттєве підвищення температури дисипативного розігріву в результаті розсіювання механічної енергії в теплову. Для керування коливаннями пластин часто використовуються п'єзоелектричні шари, які виконують функції сенсорів та актуаторів. При досягненні температурою дисипативного розігріву точки Кюрі активний матеріал втрачає п'єзоефект, в результаті чого сенсори й актуатори перестають виконувати своє функціональне призначення.

В даній роботі представлена постановка задачі про вимушені резонансні коливання в'язкопружної пластини з п'єзоелектричними сенсорами та актуаторами при дії на неї гармонічного за часом поверхневого тиску з врахуванням геометричної нелінійності, деформацій поперечного зсуву та температури дисипативного розігріву. Для моделювання термоелектромеханічної поведінки в'язкопружних пасивних і п'єзоактивних матеріалів використано визначальні рівняння інтегрального типу. Для моделювання вимушених резонансних коливань і дисипативного розігріву пластини застосовано уточнені гіпотези С.П.Тимошенка. Геометрична нелінійність описується найпростішими кінематичними співвідношеннями з врахуванням квадратів кутів повороту. Використовуючи універсальні співвідношення (рівняння руху, кінематичні співвідношення) і вказані вище визначальні рівняння, одержано нелінійну систему інтегро-диференціальних рівнянь відносно зміщень і кутів повороту. Розглянуто два типи граничних умов, які відповідають шарнірному і жорсткому закріпленню торців пластини.

При дослідженні вимушених резонансних коливань у рамках вказаної постановки використано одночленну апроксимацію поперечного зміщення і кутів повороту, яка задовольняє вказаним граничним умовам. Тангенціальні зміщення знаходяться шляхом розв'язку інтегро-диференціальних рівнянь з відомими правими частинами. Вони також задовольняють згаданим вище граничним умовам. В результаті приходимо до системи інтегро-диференціальних рівнянь за часом, яку розв'язуємо методом гармонічного балансу. Потім знаходиться дисипативна функція і розв'язується рівняння теплопровідності з відомим джерелом тепла. Для розрахунку критичного навантаження температура дисипативного розігріву прирівнюється температурі в точці Кюрі. Для закритичного навантаження будується залежність критичного часу від амплітуди закритичного навантаження (крива типу Веллера). Досліджується вплив геометричної нелінійності, температури дисипативного розігріву й деформацій поперечного зсуву на термоелектромеханічну поведінку пластини.

Кирилова Ольга Іванівна, кандидат фіз.-мат. наук, асистент кафедри вищої математики
 Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна,
 e-mail: ol007ga@yandex.ru ;
 Попов Всеволод Геннадійович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна,
 e-mail: dr.vg.popov@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НЕСКІНЧЕННОГО ЦИЛІНДРА ДОВІЛЬНОГО ПЕРЕРІЗУ З ТУНЕЛЬНОЮ ТРІЩИНОЮ ПРИ КОЛИВАННЯХ В УМОВАХ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ



Розглядається нескінченний пружний циліндр з твірними, паралельними осі Oz , який знаходиться в умовах плоскої деформації. Переріз циліндра площиною xOy являє собою область, обмежену довільною замкненою гладкою кривою $r_0(\varphi) = r_0\psi_0(\varphi)$, $0 \leq \varphi < 2\pi$. У циліндрі міститься тунельна тріщина, яка у площині xOy не виходить за межі перерізу. Поверхня циліндра знаходиться під

дією самозрівноваженого нормального до неї гармонічного навантаження $\mu P(\varphi)e^{-i\omega t}$.

Множник $e^{-i\omega t}$ всюди далі опущений. За таких умов в циліндрі реалізовано стан плоскої деформації і визначенню підлягають дві компоненти переміщень u_r , u_φ , що задовольняють рівнянням руху для гармонічних коливань. За умов вказаного нормального навантаження умови на поверхні циліндра мають вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} \cos(\bar{n}, x) + \sigma_{xy} \cos(\bar{n}, y) &= \mu P(\varphi) \cos(\bar{n}, x), \\ \sigma_{xy} \cos(\bar{n}, x) + \sigma_{yy} \cos(\bar{n}, y) &= \mu P(\varphi) \cos(\bar{n}, y), \end{aligned} \quad (1)$$

Крайові умови на тріщині формулюються у системі $x_1O_1y_1$, яка пов'язана безпосередньо з дефектом. Поверхня тріщини вважається вільною від навантажень:

$$\sigma_{y_1y_1}(x_1, 0) = 0; \quad \sigma_{x_1y_1}(x_1, 0) = 0. \quad (2)$$

Також на її поверхні мають розриви переміщення $u_1(x_1, y_1)$, $v_1(x_1, y_1)$:

$$\langle v_1 \rangle = v_1(x_1, +0) - v_1(x_1, -0) = \chi_3(x_1); \quad \langle u_1 \rangle = u_1(x_1, +0) - u_1(x_1, -0) = \chi_4(x_1). \quad (3)$$

Для розв'язання задачі запропоновано підхід, що дозволяє окремо задовольняти умови на поверхні тріщини (2) і на межі циліндра (1). Він полягає в представленні переміщення у вигляді суми розривного розв'язку рівнянь руху зі стрибками (3), побудованих для тріщини, і деяких невідомих функцій, які теж є розв'язками рівнянь руху та за рахунок яких задовольняються умови на поверхні циліндра. Ці функції представлено через хвильові потенціали, які, в свою чергу, розшукуються у вигляді лінійної комбінації частинних розв'язків рівнянь Гельмгольца, що утворюють повні замкнені системи функцій. В результаті задача зводиться до розв'язання сукупності систем інтегро-диференціальних рівнянь на тріщині, що відрізняються лише правими частинами. Наближені розв'язки цих систем отримано методом механічних квадратур. Після цього невідомі коефіцієнти лінійної комбінації визначаються з граничних умов на поверхні циліндра методом колокації.

Отримано наближені формули для розрахунку КІН, за допомогою яких досліджено вплив на їх значення частоти коливань, геометричних розмірів циліндра, розташування тріщини в ньому, а також проведено числове дослідження резонансних явищ.

Киричок Іван Федорович, доктор фіз.-мат. наук, пров.наук. співр.,
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна,
Шевченко Олександр Юрійович, кандидат фіз.-мат.наук, ст.наук. співр.,
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна
e-mail: shevalie@ua.fm

ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ВІБРОРОЗІГРІВ ГНУЧКОЇ КРУГЛОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ПЛАСТИНКИ З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ СЕНСОРАМИ З ВРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЇ ЗСУВУ

Розглянута задача про вимушені резонансні коливання і дисипативний розігрів гнучкої круглої пластини радіуса R , складеної із внутрішнього пасивного (без п'єзоєфекту) шару товщиною h і зовнішніх п'єзоелектричних шарів товщиною δ , які виконують роль сенсора. Пасивний шар виготовлено з трансверсально-ізотропного в'язко пружного матеріалу, а п'єзоактивні шари – з в'язко пружної п'єзокераміки з товщинною поляризацією в протилежних напрямках. Поверхні п'єзошарів електродовані. Електроди, що контактують з пасивним шаром, підтримуються при нульовому електричному потенціалі. Зовнішній контур пластинки шарнірно опертий, а на її поверхнях реалізуються умови конвективного теплообміну. Пластина навантажена поверхневим тиском $q_z = P \cos \omega t$, що гармонічно змінюється за часом t з частотою ω , близькою до резонансної. При цьому на зовнішніх розімкнутих електродах виникає різниця електричних потенціалів, яка визначається на основі розв'язку задачі електромеханіки.

Математичне моделювання шаруватої пластинки базується на справедливості зсувної моделі С.П. Тимошенка відносно механічних змінних. Відносно електричних величин приймається, що складовими вектора індукції в напрямках, перпендикулярних вісі поляризації можна знехтувати. При цьому з рівнянь електростатики витікає, що індукція вздовж вісі поляризації $D_z = \text{const}$ не залежить від товщинної координати. Врахування геометричної не лінійності реалізується утриманням у співвідношеннях Коші квадратів кутів повороту. Рівняння руху також являються нелінійними. Розподіл температури приймається постійним вздовж товщини пакета шарів.

Наближений розв'язок рівнянь коливань будується шляхом розкладу розв'язувальних функцій в гармонічний ряд за часом в одномодовому наближенні для змінних прогину пластинки та при утриманні других гармонік для змінних її плоского деформування. Нелінійні диференціальні рівняння відносно амплітуд розкладу лінеаризуються методом квазілінеаризації. Отримана лінійна система на кожному наближенні розв'язується чисельно з використанням типової програми розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь. На основі отриманого розв'язку задачі механіки обчислюється дисипативна функція і інтегрується рівняння теплопровідності методом кінцевих різниць.

Чисельними експериментами досліджено вплив деформацій зсуву, геометричної не лінійності, умов теплообміну на частотні залежності амплітуди прогину, температури дисипативного розігріву та електричного показника сенсора в околі першого резонансу згинної моди коливань пластинки.

Кіт Григорій Семенович, член-кор. НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна;
Андрійчук Роман Михайлович, аспірант,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна;
e-mail: andriychukroman@gmail.com

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІВПРОСТОРУ З ВІЛЬНОЮ, ЖОРСТКО, ГЛАДКО АБО ГНУЧКО ЗАКРІПЛЕНОЮ МЕЖЕЮ ЗА ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ АБО ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЇ У ПАРАЛЕЛЬНІЙ ДО НЕЇ КРУГОВІЙ ОБЛАСТІ

Для півбезмежних тіл при розв'язуванні задач термопружності вигідно використовувати функції Гріна. Такі функції для півпростору, на вільній від навантаження межі якого задана нульова температура або теплоізоляція, побудовані з використанням бігармонічних функцій Лява у монографії [1]. Функції Гріна використані у працях [2, 3] при визначенні термопружного стану півпросторів із паралельними або перпендикулярними до їх межі теплоактивними тріщинами, на яких задана температура або тепловий потік. У праці [4] з використанням термопружного потенціалу переміщень і бігармонічної функції Лява визначені зумовлені стаціонарним джерелом тепла температура, переміщення і напруження у півбезмежному тілі, межа якого жорстко, гладко або гнучко закріплена за нульової температури на ній або теплоізоляції, які є відповідними функціями Гріна.

Доповідь присвячена побудові функцій Гріна з використанням функцій Буссінеска. Визначено температуру і напруження за тепловиділення у паралельній до межі півпростору круговій області. Досліджено їх значення за певних розподілів теплових джерел в цій області на межі тіла і в центрі області на віддалі h від межі. Показано, що для півпростору з жорстко закріпленою теплоізоляційною межею температура і напруження $\sigma_{\varphi\varphi}$ досягають максимального значення за тепловиділення на межі тіла, а напруження σ_{rr} і σ_{zz} – на певній віддалі від межі; на самій межі напруження пропорційні температурі.

Досліджено також термонапружений стан півпростору за дії теплових диполів із вказаними вище умовами на межі. При цьому використано потенціали подвійного шару при розв'язанні задачі стаціонарної теплопровідності, термопружні потенціали переміщень і функції Буссінеска. Наведено явні вирази для температури, переміщень і напружень, які є відповідними функціями Гріна. Вони використані при визначенні у розглянутому півпросторі термопружного стану, зумовленого збуренням заданого теплового потоку теплонепроникним круговим включенням.

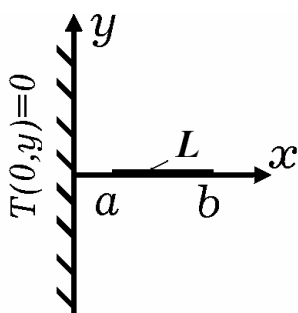
1. *Новацкий В.* Вопросы термоупругости. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 364 с.
2. *Кит Г. С., Сушко О. П.* Термоупругое состояние полупространства с параллельной к его границе теплоактивной трещиной // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 4. – С. 46–54.
3. *Кит Г. С., Сушко О. П.* Термопружний стан півпростору з перпендикулярною до його краю теплоактивною круговою тріщиною // Фіз.-хім. Механ. Матеріалів. – 2005. – **41**, № 2. – С. 2–9.
4. *Кит Г. С., Андрійчук Р. М.* Вплив стаціонарного джерела тепла на напружений стан півпростору з жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2015. – **58**, № 4. – С. 78–86.

Кіт Григорій Семенович, член-кореспондент НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна;
Івасько Наталія Михайлівна, кандидат фіз.-мат. наук,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна,
e-mail: natalya_ivasko@ukr.net

ДВОВИМІРНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ З ВІЛЬНОЮ, ЖОРСТКО, ГЛАДКО АБО ГНУЧКО ЗАКРІПЛЕНОЮ МЕЖЕЮ ЗА ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ У ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІЙ ДО НЕЇ СТРІЧКОВІЙ ОБЛАСТІ

Одним з основних методів розв'язування двовимірних задач стаціонарної теплопровідності і термопружності для тіл з тонкими включеннями і тріщинами є метод теорії функцій комплексної змінної [1, 2], що дає можливість зводити такі задачі до сингулярних інтегральних рівнянь з ядром Коші. Для півбезмежних тіл зі стрічковими теплоактивними включеннями, на яких задана температура або тепловий потік, також можна застосовувати комплексні потенціали, але у цьому випадку вигідніше використовувати логарифмічний потенціал простого шару, який є уявною частиною інтеграла типу Коші. При формулюванні задачі теплопровідності постулюється наявність джерел тепла на місці тепловиділення, потужність яких за заданої температури визначається з інтегрального рівняння з логарифмічним ядром.

З використанням логарифмічного потенціалу простого шару, термопружного потенціалу переміщень і функції напружень Ері в [3] розв'язана двовимірна задача стаціонарної теплопровідності та термопружності за плоскої деформації півбезмежного тіла з перпендикулярною до його вільної межі теплоактивною тріщиною.



Доповідь присвячена визначенню двовимірного стаціонарного температурного поля і зумовленої ним плоскої деформації тіла з вільною ($\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{xy} = 0$), жорстко ($u_x = 0$, $u_y = 0$), гладко ($u_x = 0$, $\sigma_{xy} = 0$) або гнучко ($u_y = 0$, $\sigma_{xx} = 0$) закріпленою межею при тепловиділенні у перпендикулярній до неї стрічковій області L за нульової температури на межі.

Інтегральне рівняння для знаходження потужності теплових джерел $w(x)$ за заданою температурою $T(x)$ на L розв'язано точно і наближено шляхом заміни регулярного ядра виродженням з використанням поліномів Чебишева першого роду. Для визначення термонапруженого стану побудовані термопружні потенціали переміщень і функції Буссінеска. Досліджено поведінку переміщень і напружень на межі тіла $x = 0$ і в області L за певних значень функцій $w(x)$ і $T(x)$.

1. Кит Г. С. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами / Г. С. Кит, М. Г. Кривцун. – К. : Наук. думка, 1983. – 280 с.
2. Сулим Г. Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформованих твердих тіл з тонкими включеннями : [монографія] / Г. Т. Сулим. – Львів : Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.
3. Кит Г. С. Плоская деформация полубесконечного тела с перпендикулярной к его границе теплоактивной трещиной / Г. С. Кит, Н. М. Ивасько // Теоретическая и прикладная механика. – 2013. – Вып. 7 (53). – С. 30-37.

Клімчук Тарас Володимирович, аспірант 3-го року навчання, механіко-математичний факультет
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
e-mail: tarasyniv@ukr.net

Острик Володимир Іванович, доктор фіз.-матем. наук, зав.НДС механіки спряжених хвильових полів,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
e-mail: v.i.ostryk@gmail.com

КОВЗНИЙ КОНТАКТ ПРУЖНОЇ СМУГИ З ДВОМА ПІВНЕСКІНЧЕНИМИ ШТАМПАМИ

Розглядається контактна взаємодія між пружною смугою $-\infty < x < \infty, -h \leq y \leq h$ та двома півнескінченими штампами із врахуванням сил тертя в зонах контакту. Штampi мають прямолінійні основи та вдавлюється у верхню межу смуги $y = h$ на проміжках $-\infty < x \leq -l, 0 \leq x < \infty$ під дією рівномірно розподілених нормального і дотичного навантажень. Інша частина верхньої межі смуги $-l < x < 0, y = h$ вільна від навантажень. Нижня межа смуги $-\infty < x < \infty, y = -h$ жорстко закріплена. Подібна задача у випадку відсутності тертя розглянута в [1], де два півнескінчених штампи мають довільну форму основ, а відносна товщина смуги є достатньо малою.

Змішані крайові умови задачі наступні:

$$\begin{aligned} u_y \Big|_{y=h} &= -\delta_1, & \tau_{xy} \Big|_{y=h} &= \mu_1 \sigma_y \Big|_{y=h} & (0 < x < \infty), \\ u_y \Big|_{y=h} &= -\delta_2, & \tau_{xy} \Big|_{y=h} &= \mu_2 \sigma_y \Big|_{y=h} & (-\infty < x < -l), \\ \sigma_y \Big|_{y=h} &= 0, & \tau_{xy} \Big|_{y=h} &= 0 & (-l < x < 0), \\ u_x \Big|_{y=-h} &= 0, & u_y \Big|_{y=-h} &= 0 & (-\infty < x < \infty), \end{aligned} \quad (1)$$

де μ_1, μ_2 – коефіцієнти тертя; δ_1, δ_2 – просідання штампів.

Застосувавши інтегральне перетворення Фур'є до рівнянь рівноваги Ламе та крайових умов (1), отримано інтегральне рівняння вигляду

$$\int_0^{\infty} k_1(\xi - \eta) \varphi(\eta) d\eta + \int_{-\infty}^{-a} k_2(\xi - \eta) \varphi(\eta) d\eta = f(\xi) \quad (0 < \xi < \infty, -\infty < \xi < -a), \quad (2)$$

де $k_1(\xi - \eta), k_2(\xi - \eta), f(\xi)$ – відомі функції, а $\varphi(\eta)$ – невідома функція контактних напружень.

З інтегрального рівняння (2) отримано систему функціональних рівнянь за допомогою інтегрального перетворення Фур'є. Методом Вінера – Гопфа [2] цю систему зведено до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь. При цьому факторизацію коефіцієнтів функціональних рівнянь здійснено у формі нескінченних добутків.

Отримано аналітичні вирази для напружень в зонах контакту та на закріпленій грані смуги, а також переміщення вільної від навантаження частини верхньої грані смуги. Обчислено розподіли напружень на гранях смуги залежно від коефіцієнта тертя та відносної відстані між штампами.

1. Кучеров В. А. Действие двух полубесконечных штампов на упругую полосу малой толщины / В. А. Кучеров // Механика твердого тела. – 1973. – №1. – С. 120–126.
2. Нобл Б. Метод Винера–Хопфа / Б. Нобл. – М.: Изд-во иностр. Лит., 1962. – 280 с.

КОНТАКТ ПРУЖНОГО ТІЛА ТА ЖОРСТКОЇ ОСНОВИ З ПЕРІОДИЧНОЮ СИСТЕМОЮ ВИЇМОК ЗА НАЯВНОСТІ РЕАЛЬНОГО ГАЗУ У МІЖКОНТАКТНИХ ЗАЗОРАХ

Досліджено безфрикційний контакт пружного ізотропного півпростору з жорсткою основою, межа якої має періодичну систему розташованих з періодом d плитких тунельних виїмок ширини $2c$, форма яких описується парною функцією $r(x)$, такою що $r(x) \leq c$.

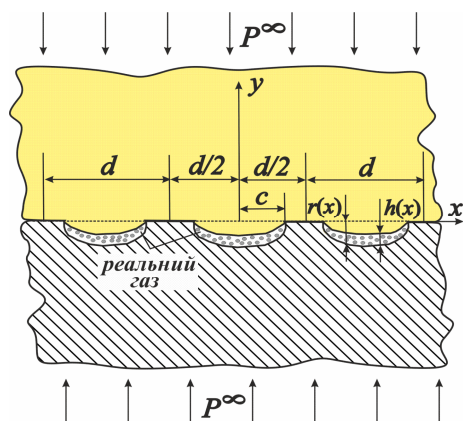


Рис. 1

Півпростір притискається до основи під дією рівномірно розподіленого на нескінченності навантаження P^∞ і в ньому реалізується стан плоскої деформації. У зв'язку з наявністю виїмок між тілом і основою утворюються зазори висоти $h(x)$ і ширини $2a$ ($a = c$), що заповнені реальним газом (рис. 1). Стан газу описує рівняння Ван-дер-Ваальса $(P_1 + n^2 a_g / V_1^2)(V_1 - n b_g) = nRT$, яке дає можливість врахувати фазовий перехід “газ – рідина”. Тут a_g, b_g – константи Ван-дер-Ваальса газу; n – кількість газу; R – універсальна газова стала; T – температура газу; P_1 – тиск газу; V_1 – об'єм газу, що припадає на

одиницю його довжини в напрямі, перпендикулярному до площини xOy (рис. 1). Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [1], задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Гільберта відносно функції $h'(x)$ [2], яке після заміни змінних $\xi = tg(\pi x/d)$, $\eta = tg(\pi t/d)$, $\alpha = tg(\pi a/d)$, $\gamma = tg(\pi c/d)$ переходить в СІР з ядром

$$\text{Коші} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta) d\eta}{\eta - \xi} = \frac{d}{2(1 + \xi^2)} K(P^\infty - P_1) + \int_{-\gamma}^{\gamma} \frac{r'(\eta) d\eta}{\eta - \xi}, \text{ де } K = (1 + \kappa) / 2G; \kappa = 3 - 4\nu; G, \nu -$$

модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона пружного тіла. Визначивши необмежений розв'язок СІР та проінтегрувавши його з врахуванням умови $h(\pm\alpha) = 0$, знайдено висоту зазорів $h(\xi)$. Підставивши її у рівняння Ван-дер-Ваальса, отримаємо рівняння для визначення тиску газу P_1 , яке розв'язуємо чисельно. Також було отримано вирази для контактної податливості тіл Δv^∞ , контактних напружень, а контактну податливість тіл k^* визначено числово. Проаналізовано залежність тиску газу, контактної податливості та контактної податливості тіл від зовнішнього навантаження за зміни температури. Виявлено, що на початку та в кінці фазового переходу “газ – рідина” графічна залежність контактної податливості – стрибки.

2. Мартиняк Р.М. Контакт півпростору з нерівною основою при заповненому ідеальним газом міжконтактному зазорі / Р.М. Мартиняк // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – 41, № 4. – С. 144-149.
3. Kozachok O.P. Contact of elastic bodies in the presence of gas and incompressible liquid in periodic interface gaps / O.P. Kozachok, B.S. Slobodyan, R.M. Martynyak // Mater. Sci. – 2016. – 51, No. 6. – С.804-813.

Козлов Володимир Ілліч, доктор фіз.-мат. наук, пров.наук. співр.,
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна;
Шевченко Олександр Юрійович, кандидат фіз.-мат.наук, ст.наук. співр.,
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна,
e-mail: shevalie@ua.fm

ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ШАРУВАТИХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ З ВРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ

На основі уточненої теорії типу С.П. Тимошенка розроблено лінеаризовані моделі параметричних коливань шаруватих п'єзоелектричних оболонок обертання, які описують області динамічної нестійкості.

Дисипативні властивості матеріалу враховуються з використанням теорії лінійної в'язко-пружності та адекватних їм гіпотез про розподіл електричних польових величин по товщині оболонки, коли вважається, що відмінними від нуля є компоненти вектора напруженості електричного поля і нормальна складова електричної індукції. Це дає можливість розв'язок лінеаризованих задач про параметричні коливання оболонок обертання звести до розв'язування двох задач на власні значення попередньо навантажених оболонок та задачі про їх статичну стійкість. Для розв'язування цих задач розроблено методiku з використанням скінченно-елементного методу. Для цього із застосуванням рівнянь Лагранжа записано варіаційне формулювання зв'язаних задач електромеханіки для оболонок обертання при механічному й електричному навантаженнях.

Розв'язок варіаційної задачі знаходиться методом скінченних елементів з використанням шістнадцяти-вузлових ізопараметричних чотирикутних елементів з апроксимацією геометрії оболонки і тангенціальних зміщень бікубічними поліномами Лагранжа і апроксимацією прогину бікубічними поліномами Ерміта в межах чотирикутника.

Для дослідження ефективності і точності запропонованого скінченно-елементного методу для розв'язування задач електромеханіки оболонок з врахуванням деформації поперечного зсуву проведено порівняння аналітичних і чисельних розв'язків задачі про коливання тонкої конічної оболонки, які одержані з використанням класичної теорії Кірхгофа-Лява.

На основі розроблених моделей і методів з врахуванням деформації поперечного зсуву розв'язані конкретні задачі для циліндричної панелі та тришарової конічної оболонки, середній шар якої пасивний, а зовнішні шари виготовлені з п'єзоактивного матеріалу.

Шляхом аналізу числових результатів досліджено вплив структурної неоднорідності, дисипативних властивостей матеріалів, механічних та електричних граничних умов на головні області динамічної нестійкості. Показано, що всі ці фактори можуть суттєво вплинути на головну область динамічної нестійкості – її положення на частотній вісі, ширину та мінімальне критичне значення параметра навантаження.

Кривий Олександр Федорович, доктор фіз.-мат. наук, професор
Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна
e-mail: kriyoy-odessa@ukr.net, kryvyi-od@math.onma.edu.ua
Архипенко Костянтин Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна
e-mail: k_arkhipenko@ukr.net

ЗМІШАНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ АНІЗОТРОПНОЇ ЧЕТВЕРТЬ ПЛОЩИНИ

В роботах [1, 2] запропонований підхід до розв'язання крайових задач теорії пружності для кусково-однорідних анізотропних тіл за наявності довільно орієнтованих дефектів типу тріщин і включень. Підхід базується на побудованих розривних розв'язках у просторі узагальнених функцій повільного зростання $\mathfrak{Z}'(\square^2)$ і зведенні, за допомогою останніх, задач до систем сингулярних інтегральних рівнянь (СІР). У випадку перетину дефектів ліній з'єднання матеріалів в ядрах СІР виникають нерухомі особливості. Досліджено на розв'язність вказаних систем і запропонований метод їх розв'язання [3].

В доповіді методика робіт [1-3] застосована до розв'язання задачі про анізотропну чверть площину, одна грань якої знаходиться в умовах зчеплення:

$$u(x, y)|_{y=+0} = 0, \quad v(x, y)|_{y=+0} = 0, \quad x \in (0, \infty);$$

а інша навантажена:

$$\sigma_x(x, y)|_{x=+0} = 0, \quad \tau_{xy}(x, y)|_{x=+0} = 0, \quad y \in (0, \infty).$$

Задача сформульована у вигляді граничної задачі для диференціальних рівнянь рівноваги і узагальненого закону Гука для анізотропного тіла в просторі узагальнених функцій $\mathfrak{Z}'(\square_{++}^2)$ і методом інтегральних перетворень Фур'є зведена до двох систем СІР із нерухомими особливостями відносно невідомих напружень на грані $y=0$ і невідомих переміщень на грані $x=0$. Граничним переходом отримані системи СІР відповідної задачі для ізотропної чверть площини.

Досліджено на розв'язність отримані системи, виявлена поведінка їх розв'язків в кутовій точці. Що дозволило застосувати до розв'язання вказаних систем СІР ефективний числово-аналітичний метод [3]. Отримано розподіл напружень в околі вершини чверть площини для деяких анізотропних і ізотропних матеріалів при різних навантаженнях.

1. Кривой А.Ф. Произвольно ориентированные дефекты в составной анизотропной плоскости/А.Ф. Кривой// Вісн. Одеськ. Держ. ун-ту. Сер.:Фіз.-мат. науки. – 2001. – Т.6, Вип.3. – С. 108–115.
2. Кривой А.Ф. Фундаментальное решение для четырехсоставной анизотропной плоскости/А.Ф. Кривой // Вісн. Одеськ. Держ. ун-ту. Сер.:Фіз.-мат. науки. – 2003. – Т.8, Вип.2. – С. 140–149.
3. Кривой А.Ф. Особливості поля напружень біля тунельної тріщини, яка виходить в площину з'єднання двох різних анізотропних півпросторів /О.Ф. Кривий // Вісник Київськ. Нац. Ун-ту. Сер.: Фіз.-мат. Наук. – 2013. – вип. 3. – С. 162-165.

Кривий Олександр Федорович, доктор фіз.-мат. наук, професор
 Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна
 e-mail: kryvoy-odessa@ukr.net, kryvyi-od@math.onma.edu.ua
 Морозов Юрій Олександрович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
 Одеський національний політехнічний університет, Одеса, Україна
 e-mail: morozovyu@gmail.com

ЕЛІПТИЧНА МІЖФАЗНА ТРІЩИНА В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОМУ ПРОСТОРИ

В роботі [1] у просторі узагальнених функцій $\mathfrak{Z}'(\square^3)$ побудовано розривний розв'язок задачі пружності для кусково-однорідного трансверсально-ізотропного простору у випадку довільного навантаження, і отримані двовимірні сингулярні інтегральні співвідношення, які дозволяють задачі про міжфазних дефектах в неоднорідному трансверсально-ізотропному просторі зводити безпосередньо до систем двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь (СІР).

Доповідь присвячена дослідженню задачі про еліптичну міжфазну тріщину, до берегів якої прикладено довільне навантаження $v_k(x, y, \pm 0) = f_k^\pm(x, y)$, $k = \overline{1, 3}$, $(x, y) \in \Omega$.

Відносно невідомих стрибків переміщень $\chi_k^-(x, y)$, $(x, y) \in \Omega$ отримані двовимірні СІР:

$$\begin{aligned} q_{13} \sum_{j=4}^5 \partial_{j-3} \chi_j^- - \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} q_{14} \chi_6^- \frac{1}{r_0^3} dt d\tau &= g_1(x, y), \\ q_{24} \partial_2 \chi_6^- + \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \left[q_{23} \chi_4^- \partial_{12}^2 \frac{1}{r_0} + \chi_5^- \left[q_{23} \partial_2^2 \frac{1}{r_0} + \tilde{q}_{12} \partial_1^2 \frac{1}{r_0} \right] \right] dt d\tau &= g_2(x, y), \\ q_{24} \partial_1 \chi_6^- + \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \left\{ \chi_4^- \left[q_{23} \partial_1^2 \frac{1}{r_0} + \tilde{q}_{12} \partial_2^2 \frac{1}{r_0} \right] + q_{23} \chi_5^- \partial_{12}^2 \frac{1}{r_0} \right\} dt d\tau &= g_3(x, y). \end{aligned}$$

Згідно з отриманим в [1] точним розв'язком для кругової тріщини, невідомі стрибки переміщень розшуковуються, з урахуванням особливостей, в наступному вигляді

$$\begin{aligned} \chi_k^-(x, y) &= w(x, y) \sum_{m=1}^3 \psi_m^{(k)}(x, y), \quad w(x, y) = \left(1 - (x/a)^2 - (y/b)^2 \right)^{1/2}, \quad \psi_1^{(k)}(x, y) = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \psi_{ij}^{(k)} x^i y^j, \\ \psi_2^{(k)}(x, y) &= \sin \left(\alpha_0 \ln \frac{w(x, y)}{2a} \right) \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \psi_{ij}^{(k)} x^i y^j, \quad \psi_3^{(k)}(x, y) = \cos \left(\alpha_0 \ln \frac{w(x, y)}{2a} \right) \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \psi_{ij}^{(k)} x^i y^j. \end{aligned}$$

Що дало можливість до розв'язання системи СІР застосувати метод коллокацій. В результаті побудовано чисельно-аналітичний розв'язок задачі про еліптичну міжфазну тріщину в кусково-однорідному трансверсально-ізотропному просторі. Отримано вирази для узагальнених коефіцієнтів інтенсивності напружень (УКІН) в вершині тріщини, а також значення УКІН для деяких комбінацій трансверсально-ізотропних матеріалів та геометричних параметрів тріщини.

4. Kryvyi O.F. Interface crack in the inhomogeneous transversely isotropic space/O.F. Kryvyi // Materials Science- 2012. – Volume 47, Issue 6, -pp 726-736

Круць Софія Юріївна, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: sofiya1402@ukr.net
Жук Ярослав Олександрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
e-mail: y.zhuk@i.ua

РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ І ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ ГНУЧКИХ НЕПРУЖНИХ ПЛАСТИН З ВРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ЗСУВУ

Для зниження рівня амплітуд коливань тонкостінних елементів (балок, пластин і оболонок) у сучасних функціональних елементах конструкцій широко використовують розподілені актуатори і сенсори. Як правило їх виготовляють з п'єзоактивних матеріалів. Одним з найпоширеніших способів активного гасіння вимушених коливань є нанесення на зовнішні поверхні тонкостінного елемента п'єзоелектричних шарів, до електродів яких подається різниця електричних потенціалів відповідної амплітуди і фази, для нейтралізації дії механічного збудження. У багатьох випадках тонкостінні елементи з п'єзоелектричними включеннями знаходяться під дією інтенсивних циклічних навантажень, які зумовлюють високий рівень механічних напружень, прогинів та дисипативного розігріву. При цьому необхідно враховувати ефекти фізичної і геометричної нелінійностей, а також їх вплив на термомеханічний стан конструкції. Побудова електромеханічних моделей динамічної поведінки тонкостінних шаруватих елементів із в'язкопружних пасивних і п'єзоактивних матеріалів, що враховують фізичну і геометричну нелінійність містяться у працях [1,2].

Повне врахування факторів, які можуть суттєво вплинути на термомеханічний стан шаруватих елементів конструкцій, вимагає розробки уточнених теорій термоелектромеханічної поведінки конструкцій, в яких беруться до уваги деформації зсувів. У даній роботі розвивається така уточнена модель зв'язаної термоелектромеханіки, в якій враховуються деформації поперечного зсуву, інерція повороту і геометрична нелінійність. Сформульовано постановку задачі про осесиметричні коливання і дисипативний розігрів тришарової круглої пластини, середній шар якої є електрично пасивним, а зовнішні шари виготовлені з п'єзоелектричного матеріалу. Розглянуто випадки як ізотропного, так і трансверсально ізотропного в'язкопружного матеріалу середнього шару. Шари-актуатори вважаються виготовленими з п'єзокераміки з однаковими властивостями і товщиною поляризацією протилежних напрямків. Виведено фізичні, геометричні рівняння та рівняння руху. Отримано розв'язувальну систему рівнянь і розроблено методику чисельного розв'язування задачі.

1. Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. – Киев: Наук. думка, 1986. – 222 с.
2. Киричок І.Ф., Жук Я.О., Карнаухова Т.В. Радіальні коливання і вібророзігрів замкнутої сферичної оболонки з фізично нелінійного в'язкопружного матеріалу та їх демпфування п'єзоелектричними сенсором і актуатором // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Серія: Фізико-математичні науки. – 2016. – Вип. 1, – С.59–64.

АНТИПЛОСКА ЗАДАЧА ВИТЯГУВАННЯ ПЕРІОДИЧНОЇ КОЛОВОЇ СИСТЕМИ ВКЛЮЧЕНЬ

Поздовжній зсув тіл що містять періодичні системи тонких жорстких включень розглядалися в широкому колі праць, зокрема для масивів із зв'язаними в єдиний каркас армуючими елементами [1], що свідчить про істотний перерозподіл напруженого стану в таких системах. В подальшому досліджувалися тіла що містять системи зв'язаних тонких жорстких неоднорістей за різного розташування, розміру та навантаження, серед яких витягування включень з матриці представлено в праці [2]. В розвиток цих досліджень, використовуючи підхід [1–2], розглядаємо ізотропне тіло з періодичною коловою системою тонких включень.

У рамках теорії пружності в роботі отримано розв'язок задачі про напружено-деформований стан пружного тіла, що вміщує систему періодичних по колу абсолютно жорстких, зв'язаних у єдиний каркас включень. Композиція перебуває в умовах поздовжнього зсуву спричиненого витягуванням стрічок погонними силами прикладеними безпосередньо до їхніх контурів із заданим головним вектором сил, зусилля на безмежності відсутні. Для розв'язку задачі використовується інтегральне подання переміщень через фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа у випадку розподіленого навантаження по заданому контурі. Отримано системи інтегральних рівнянь для довільного ансамблю абсолютно жорстких стрічкових включень. Додаткові умови полягають у відсутності взаємного переміщення між ними й глобальної рівноваги ансамблю. Вивчаються особливості напружено-деформованого стану в масивах армованих стрічками. Зокрема для різних відстаней та кількості стрічок, обчислено стрибки дотичного напруження по ширині кожного включення, коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) в околах їхніх вершин, пружні переміщення точок масиву. При зближенні стрічок в цілісний об'єкт використана методика, яка в частковому випадку регулярного граничного переходу в розв'язках дає можливість розглядати їх як одне багатокутне зірчасте (гіллясте) включення. Зокрема для довільної кутності зірчастого включення в аналітичному вигляді отримано КІН у вершинах, який прямо пропорційно збільшується залежно від кількості кутів порівняно з результатами для задачі про витягування ізольованого включення.

В частковому випадку двох включень результати узгоджуються з отриманими в роботі [2]. В цілому характер зміни напружено-деформованого стану з ростом кількості включень при сталій відстані між ними подібний до задачі, коли збільшується відстань між включеннями при їх сталій кількості. Незалежно від кількості безмежно віддалених включень дістаємо результати задачі про витягування одного.

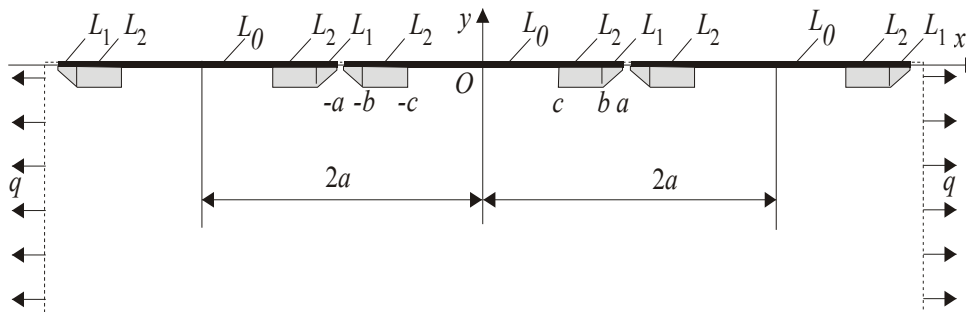
Отримані результати забезпечують можливість визначення впливу на напружено-деформований стан і концентрацію напружень в тілі різної кількості періодично рівновіддалених включень зокрема рівнораменних трьохкінцевих, хрестоподібних та рівнокутних зірчастих включень.

1. Шацький І.П. Антипловська деформація пружного простору зі зв'язаними жорсткими стрічковими включеннями / Шацький І.П., Кундрат А.М. // Доп. НАН України. – 2004. – № 11. – С. 55–60.
2. Кундрат А.М. Концентрація напружень поздовжнього зсуву в пружному середовищі, армованому фасонними профілями / Кундрат А.М., Шацький І.П. // Вісник ОДАБА. – 2016. – Вип. 62. – С. 229–233.

Кундрат Микола Михайлович, доктор техн. наук, професор,
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна;
Заблотська Юля Володимирівна, аспірант,
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна;
e-mail: kundrat@i.ua

ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ГНУЧКИХ СПІВДОТИЧНИХ ПІДСИЛЕНЬ ДЛЯ ПІВБЕЗМЕЖНОЇ ПЛАСТИНИ

Задача розрахунку підсилюючих елементів як одного із поширених засобів ремонту та відновлення працездатності інженерних конструкцій, зважаючи на те, що велика кількість відповідальних матеріаломістких конструкцій близька до вичерпання свого проектного ресурсу, залишається на часі. Необхідна наукова експертиза можливості їх безпечної експлуатації і визначення засобів рентабельного продовження функціонування. Використовувані підкріплюючі елементи одночасно є й потужними концентраторами напружень і спричиняють нелінійні та пластичні деформації чи розвиток зон розпушення, що в значній мірі ускладнює розрахунок напружено-деформованого стану та умов граничної рівноваги системи в цілому.



На відрізках $[-a + 2na, a + 2na]$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ пластина підкріплена періодичною системою скінченної міцності на розрив P_{ut} підсилень завдовжки $2a$, що співдотикаються. Приймаємо, що локалізовані зони передруйнування просуваються від кожного краю до центральної частини уздовж межі тіло-підсилення і складаються з двох фрагментів: ділянки розпушення $L_1 \approx b \leq |x - 2na| \leq a$, $n = 0, \pm 1, \pm 2$, та ділянки пластичного деформування $L_2 \approx c \leq |x - 2na| \leq b$. На відрізках $L_0 \approx |x - 2na| \leq c$ зберігається ідеальний контакт і тому деформації там відсутні. На рисунку подано геометрію підсилення та необхідні позначення.

При таких допущеннях знайдено величину і характер розподілу контактних напружень та осевих розривних зусиль у підсиленнях, довжину локалізованих зон передруйнування. З використанням деформаційного критерію отримано формули для граничного значення навантаження, при якому відбуватиметься відшарування підсилення. Умова, що зусилля розтягу у підсиленнях не може перевищувати їх міцності, дає граничні навантаження, за яких можливий їх розрив. Побудова розв'язку задачі проводиться за схемою праць [1, 2].

1. Кундрат М.М., Заблотська Ю. В. Гранична рівновага та локальне руйнування пластини з двома накладками однакової довжини // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2015. – Спецвипуск. – С. 139-143.
2. Kundrat M.M. Working Length of a High-Modulus Linear Inclusion Under the Action of Concentrated Cyclic Forces Within the Framework of Plane Problem. // Materials Science. –2016.– V. 52, № 1. – P. 72–82.

Куценко Олексій Григорович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: alex_kutz@univ.kiev.ua;

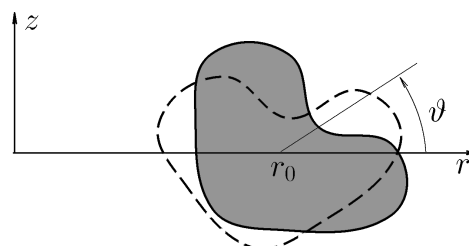
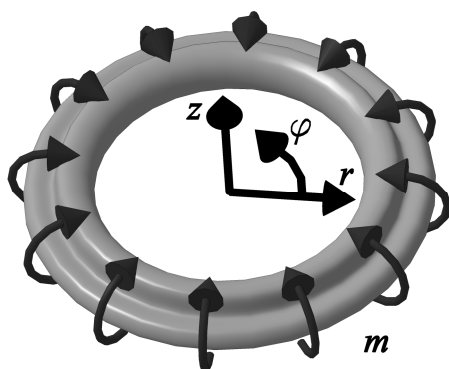
Харитонов Олексій Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;

Куценко Анастасія Григорівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна;

Дикий Павло Васильович, пров. інженер,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.

ОСЕСИМЕТРИЧНЕ КРУЧЕННЯ ТОНКИХ КІЛЕЦЬ

Задача про осесиметричне кручення кілець довільного профілю має значне практичне застосування, адже відповідний напружено-деформівний стан виникає в багатьох конструктивних елементах промислового обладнання, зокрема у фланцевих з'єднаннях, що навантажені силами початкового натягу шпильок. Проте при розрахунку фланцевих з'єднань у кращому випадку використовується наближення фланця у вигляді прямокутного кільця [1], нехтуючи його справжньою геометрією та наявністю перехідних конусів. Тому встановлення аналітичних співвідношень, що дозволяють визначити рівень напружень та кута закручування кільця від інтенсивності зовнішнього навантаження у вигляді розподіленого скручуючого моменту m є актуальною задачею.



В доповіді запропонована проста теорія осесиметричного кручення, яка ґрунтується на гіпотезі плоских абсолютно жорстких поперечних перерізів. Зокрема наведені вирази для колових напружень σ_φ , які відіграють головну роль в процесі деформування, та для кута закручування поперечних перерізів ϑ . Останнє співвідношення є узагальненням відомих виразів для кілець круглого [2] та прямокутного [3] перерізів. Отримані результати були перевірені чисельно за допомогою методу скінченних елементів.

1. Биргер И. А. Резьбовые и фланцевые соединения / И. А. Биргер, О. Б. Иосилевич. – Москва: Машиностроение, 1990. – 368 с.
2. Куценко Г. В. Об одной задаче осесимметричной деформации кругового тора / Г. В. Куценко // Прикл. мех. – 1979. – Том 15, №11. – С. 46–51.
3. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – Москва: Физматгиз, 1966. – 635 с.

Кушнір Роман Михайлович, член-кореспондент НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна;

e-mail: dyrector@iapmm.lviv.ua

Калиняк Богдан Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, ст.н.с.,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна;

e-mail: b-kalynyak@litech.net

Горошко Володимир Олегович, аспірант,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна;

e-mail: ssserty123@gmail.com

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ТРИШАРОВОЇ ТЕРМОЧУТЛИВОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ

Сучасний розвиток космічної техніки, машино- і приладобудування, теплової та атомної енергетики ставить перед інженерами підвищені вимоги щодо точності визначення теплового та термопружного станів шаруватих елементів конструкцій кульової форми. Їх експлуатація та виготовлення у широких діапазонах температур призводить до необхідності врахування залежності фізико-механічних характеристик матеріалів шарів та параметрів теплообміну з довкіллям від температури (термочутливість матеріалу) а, отже, розв'язувати нелінійну задачу теплопровідності із нелінійними умовами теплообміну з довкіллям, а також відповідні рівняння термопружності зі змінними коефіцієнтами [1,2].

На основі моделі квазістатичної незв'язаної задачі термопружності проаналізовано отримані залежності стаціонарного розподілу температури та визначено компоненти напружено-деформованого стану елемента конструкції, що має форму тришарової порожнистої кулі з внутрішнім $r=r_1$ і зовнішнім $r=r_4$ радіусами відповідно. На поверхні $r=r_1$ підтримується стала температура t_i , а через поверхню $r=r_4$ кулі відбувається конвективний теплообмін із довкіллям температури t_o . На поверхнях контакту сусідніх шарів $r=\{r_2, r_3\}$, які виготовлені з різних термочутливих матеріалів, виконуються умови ідеального теплового контакту (рівність температур і теплових потоків). Куля також нагрівається джерелами тепла, розташованими у другому її шарі.

Отримано точний аналітичний розв'язок нелінійної задачі теплопровідності для такої кулі за допомогою методики визначення теплового стану шаруватих за осьовою та радіальною координатами циліндрів [1, 2] з використанням перетворення Кірхгофа.

Визначення компонент напружено-деформованого стану розглядуваної кулі, спричиненого знайденим температурним полем та рівномірно розподіленими навантаженнями на її поверхнях, зведено до розв'язання сукупності інтегральних рівнянь Вольтерри 2-го роду щодо радіальних та сумарних напружень та задоволення певних інтегральних умов. За результатами числового аналізу температури та компонент напружень досліджено вплив на їх величини термочутливості матеріалів.

1. Кушнір Р. М., Попович В. С. Про визначення усталеного термопружного стану багатошарових структур за високотемпературного нагрівання / Р. М. Кушнір, В. С. Попович // Вісн. Київськ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2013. – № 3. – С. 42–47.
2. Попович В.С., Калиняк Б.М. Математичне моделювання та методика визначення статичного термопружного стану багатошарових термочутливих циліндрів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – 57, № 2. – С. 169–186.

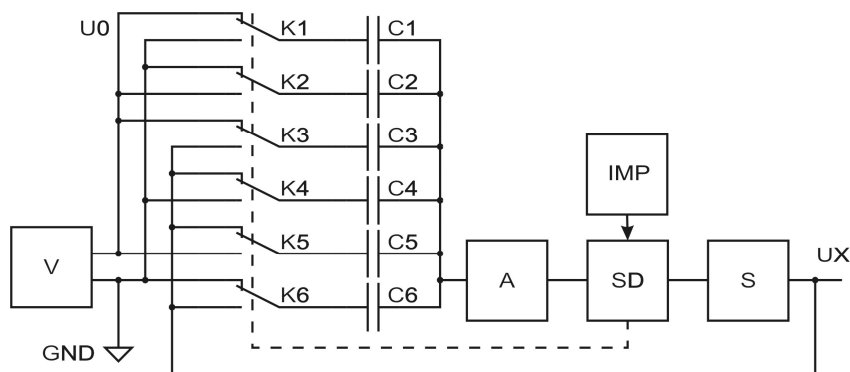
ВИМІРЮВАЛЬНИЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧ ГЕОМЕТРИЧНИХ І МЕХАНІЧНИХ ВЕЛИЧИН З БАГАТОЕЛЕКТРОДНИМ ЄМНІСНИМ ДАВАЧЕМ

Ємнісні давачі використовують для вимірювання розмірів, переміщень та деформацій, а також фізичних параметрів, які можуть бути приведені до переміщення, а саме: зусиль, прискорень, положення у полі тяжіння тощо. Такі давачі зазвичай мають лінійну функцію перетворення, котра піддається простому аналітичному розрахунку.

Складнощі застосування ємнісних давачів зумовлені насамперед дуже малим значенням їх часткових ємностей, котрі у сотні, а іноді в тисячі разів менші у порівнянні з нестабільною паразитною ємністю конструкції та ліній зв'язку з вимірювальним приладом. Окрім того, часткові ємності суттєво залежать від температури і тиску, котрі складним чином впливають на діелектричну проникність та геометричні розміри конструктивних елементів.

Для подолання впливу паразитних параметрів ємнісні давачі будують на основі кількох (або ж навіть багатьох) часткових ємностей, які різним чином пов'язані з вимірюваною фізичною величиною. Це створює інформативну надлишковість, котру можна використати для компенсації неінформативних впливів розрахунковими методами [1].

Доповідь присвячена побудові універсального вимірювального перетворювача, здатного реалізувати просту дробово-лінійну функцію перетворення, аргументами якої є часткові ємності $C1 \dots C6$ давача відносно одного спільного електрода.



На рисунку наведена схема вимірювального перетворювача, який складається з джерела V стабільної напруги $U0$, аналогових ключів SPDT-типу $K1 \dots K6$, підсилювача сигналу нерівноваги A , фазочутливого детектора SD та інтегратора S . Пристрій реалізує на аналоговому рівні (до аналого-цифрового перетворювача) наступну функцію:

$$UX = U0 \frac{C1 - C2 + C3 - C5}{C3 - C4 - C5 + C6}$$

Звісно, можливо було б вимірювати часткові ємності окремо, а потім розраховувати потрібну функцію цифровим способом. Проте, АЦП мають обмежену роздільну здатність, а вимірювані параметри знаходяться під впливом електромагнітних та механічних перешкод. Обчислення, наприклад, різниці двох часткових ємностей у такій ситуації може спричинити до великих похибок, аж до повного спотворення результату вимірювань, а послідовне вимірювання часткових ємностей неодмінно викличе появу динамічної похибки через зміну вимірюваного параметру та паразитних впливів у часі.

1. Карандеев К. Б., Гриневич Ф. Б., Новик А. И. Емкостные самокомпенсированные уровнемеры. – М. – Л.: Энергия, 1966. – 136 с.

ВИМІРЮВАННЯ ТА КОНТРОЛЬ ЕНЕРГІЇ ЖИВЛЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ПРИБОРІВ З МІКРО- І НАНО-АМПЕРНИМ СТРУМОМ СПОЖИВАННЯ

Для вимірювальних та зв'язкових електронних пристроїв геодезичних зондів, мобільних та саморушних дослідницьких об'єктів використовують первинні джерела струму обмеженої ємності через лімітовані параметри об'єму та ваги. Розробка таких пристроїв неможлива без попередньої експериментальної оцінки та технологічного контролю енергії споживання під час експлуатації. Для досягнення мінімально можливого середнього струму всі активні компоненти більший час свого функціонування перебувають в режимі сну, очікування або ж навіть повного вимкнення, а в активній фазі знаходяться епізодично, дуже короткий термін, буває, напружені нехтовно малої за часом частини періоду найвищої тактової послідовності приладу.

Оцінка струму споживання прямим вимірюванням струму або додаванням нормального струму з урахуванням терміну активної фази дають значно занижений результат, іноді навіть в декілька разів. Це відбувається через перехідні процеси під час активації/вимкнення компонентів, динамікою наскрізних струмів, зарядом та розрядом паразитних на блокуючих ємностей. Саме ці паразитні явища часто складають левову частку споживання електронних пристроїв.

Виміряти реальне споживання можна по втраті заряду накопичувального конденсатора до якого підключають лінійний стабілізатор напруги з дуже малим і стабільним власним споживанням I_{stab} . Різниця потенціалу ΔU конденсатора на початку і в кінці фази спостереження дає оцінку загального втраченого заряду, якщо відома його ємність C , а середній струм споживання I_{AV} можна визначити поділивши цей заряд на час τ , за який він був спожитий, мінус власне споживання стабілізатора.

$$I_{AV} = \frac{\Delta U \cdot C}{\tau} - I_{stab}$$

Але ж цей метод годиться для експерименту, випробувань, і є незручним для автоматичного контролю. Крім того, лінійний стабілізатор малої потужності зазвичай є дуже інерційним елементом, котрий погано відпрацьовує швидкоплинні втручання, характерні для об'єктів даного типу. Це може значною мірою фіктивно збільшити оцінку споживання.

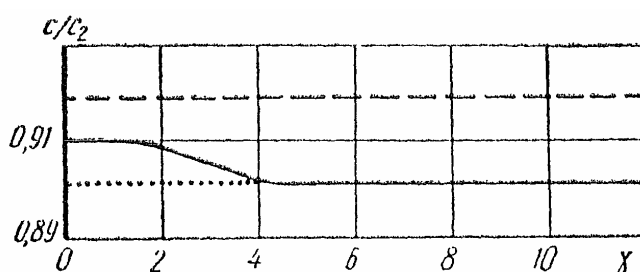
Подолати ці неприємності можна заміною лінійного стабілізатора імпульсною системою автоматичної стабілізації напруги конденсатора мікро-порціями заряду, як у звичайних DC-DC перетворювачах, за виключенням більш прискіпливого відношення до метрологічної сталості параметрів імпульсу. Зміна струму та характеру споживання безпосередньо впливатиме лише на інтервал повторення імпульсів, тобто їх частота буде інтегральною оцінкою середнього струму споживання.

Математично запропонований засіб вимірювання середнього струму споживання є ідентичний інтегруючому АЦП сигма-дельта типу [1] та найкращим чином пристосований для визначення робочого ресурсу електронних приладів при живленні від первинних чи поновлюваних джерел.

1. Голуб В. С. Сигма-дельта-модуляторы и АЦП / В. С. Голуб // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2003. – №4. – С. 35–41.

К ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЯВЛЕНИЯ КРАЕВОГО РЕЗОНАНСА В УПРУГИХ ТЕЛАХ

На основе обобщения накопленной в литературе информации о краевом резонансе представляется новая интерпретация данного явления. Анализ проводится для наиболее простых геометрических объектов: диск, цилиндр и пластина. Важным в исследовании есть то, что для симметричных колебаний пластины и осесимметричных колебаний цилиндра при нулевом коэффициенте Пуассона [1] или в случае специфических мод колебаний (Ламе и Лэмба–Кри) [1–3], для которых объемное расширение тел отсутствует, наблюдается чистый краевой резонанс; т.е. резонанс, не связанный с соответствующими распространяющимися модами слоя или бесконечного цилиндра. При неосесимметричном деформировании цилиндра ($\ell \geq 2$) ниже критической частоты нет распространяющихся волн бесконечного цилиндра и также наблюдается чистое проявление данного явления [1]. Это дает возможность связать явление краевого резонанса с низшей волной полубесконечного упругого слоя [4].



В случае пластины две волны полубесконечного слоя имеют бесконечную длину волны ($\gamma = 0$) и распространяются перпендикулярно ее плоскости, вблизи углов. Для цилиндра и диска есть одна волна полубесконечного слоя, которая локализована в его ребре. Что касается осесимметричного деформирования, то, как и для пластины, $\gamma = 0$. При увеличении порядка угловой координаты поверхностная волна все более локализуется вблизи ребра цилиндра, а при $\ell \rightarrow \infty$, она переходит в чистую угловую моду прямоугольного клина [5].

1. Гринченко В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко. – Киев: Наук. думка, 1981. – 284 с.
2. Pagneux V. Revisiting the edge resonance for Lamb waves in a semi-infinite plate / V. Pagneux // J. Acoust. Soc. Am. – 2006. – Vol. 120, № 2. – P. 649–656.
3. Pagneux V. Complex resonance and localized vibrations at the edge of a semi-infinite elastic cylinder / V. Pagneux // Math. Mech. Solids. – 2012. – Vol. 17. – P. 17–26.
4. Мелешко В. В. Распространение поверхностной волны вдоль торца полубесконечного упругого слоя / В. В. Мелешко // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1982. – № 3. – С. 33–36.
5. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Свойства гармонических волн, распространяющихся вдоль ребра прямоугольного упругого клина / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко // Акуст. ж. – 1981. – Т. 27, № 2. – С. 206–212.

Лисечко Віктор Олегович, кандидат фіз.-мат. наук,
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, Україна,
e-mail: vtlysechko@gmail.com;
Куриляк Дозислав Богданович, доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, Україна,
e-mail: dkuryliak@ipm.lviv.ua

РОЗСПОВАННЯ ПЛОСКОЇ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ НА СКІНЧЕННОМУ М'ЯКОМУ КОНУСІ ЗІ ЗРІЗАНОЮ ВЕРШИНОЮ

У сферичній системі координат розв'язується осесиметрична задача дифракції плоскої акустичної хвилі на скінченному абсолютно м'якому порожнистому конусі зі зрізаною вершиною. Крайова задача формулюється відносно скалярного потенціалу швидкості дифрагованого поля і зводиться до рівняння Гельмгольца з умовою Діріхле на поверхні конуса. Використовуючи метод розділення змінних, її розв'язок подано рядами власних функцій у підобластях, утворених конусом. Для знаходження невідомих коефіцієнтів розкладу використано умови неперервності повного потенціалу та його нормальної похідної на границях виділених підобластей. Задачу зведено до систем суматорних рівнянь відносно функцій Лежандра з дробовими додатніми нижніми індексами, які знаходяться із розв'язку трансцендентних рівнянь і забезпечують виконання граничних умов на поверхні конуса. Для алгебраїзації отриманих систем суматорних рівнянь використано метод перерозкладу функцій Лежандра. Це дозволило вихідну задачу дифракції звести до нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР) відносно невідомих коефіцієнтів розкладу. Діагональні матричні оператори цієї НСЛАР, відповідають задачам дифракції на скінченному конусі [1] та напівнескінченному конусі зі зрізаною вершиною [2], а недіагональні оператори описують взаємодію між краями конуса. Головні частини асимптотик діагональних матричних операторів, отримані при великих значеннях індексів, формують оператор типу згортки. Тому, для знаходження оберненого оператора, застосовано метод аналітичної регуляризації [3]. В результаті вихідну задачу дифракції зведено до НСЛАР другого роду, розв'язок якої отримується із наперед заданою точністю методом редукції і гарантує, що зі зростанням параметра редукції похибка розрахунку прямуватиме до нуля.

На основі числового розв'язку НСЛАР другого роду проведено дослідження впливу параметрів зрізу вершини м'якого конуса на характеристики дифрагованих полів у зоні випромінювання. Достовірність отриманих результатів верифіковано у часткових випадках, коли скінченний зрізаний конус вироджується у скінченний та напівнескінченний зі зрізаною вершиною конуси.

1. Kuryliak D. B. Diffraction of a plane acoustic wave from a finite soft (rigid) cone in axial irradiation / D. B. Kuryliak, Z. T. Nazarchuk, V. O. Lysechko // *Open Journal of Acoustics*. – 2015. – Vol. 5, № 4. – P. 193–206. <http://dx.doi.org/10.4236/oja.2015.54015>.
2. Лисечко В. О. Ближнє акустичне поле кругової апертури, утвореної зрізом вершини напівнескінченного конуса / В. О. Лисечко, Д. Б. Куриляк // *Доповіді НАНУ*. – 2016. – № 8. – С. 63–69. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2016.08.063>
3. Куриляк Д. Б. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на конічних і клиноподібних поверхнях / Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук. – Київ: Наукова думка, 2006. – 280 с.

ЗАСТОСУВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ МОДЕЛІ КЕЛЬВІНА-ФОЙГТА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОТЕКТОНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

На сучасному етапі у зв'язку з потужним розвитком обчислювальних методів механіки і математики, а також завдяки досягнутому прогресу в розумінні основних законів геодинаміки, виникають унікальні можливості дослідження раніше недоступних геотектонічних процесів. Це перш за все стосується процесів, які протікають у складних, обумовлених просторовою та реологічною неоднорідністю геодинамічних об'єктах. Недосяжність для прямих вимірювань у більшості таких об'єктів, а також геологічні масштаби часу роблять математичне моделювання одним з головних, якщо не єдиним інструментом досліджень таких об'єктів.

Ця доповідь присвячена моделюванню і геофізичної інтерпретації результатів у таких областях геотектоніки, як середньомасштабне складкоутворення в осадових породах земної кори і формування геоструктур під впливом різноспрямованих рухів тектонічних блоків.

Для вирішення цих геотектонічних проблем застосовано в'язкопружну варіаційну скінчено-елементну методику для розв'язання двовимірних і тривимірних в наближенні шаруватих оболонок обертання задач [1, 2]. В даному випадку розглядається довготривалий процес деформування багатокomпонентного геологічного середовища (взагалі літологічного шару різних осадових порід) під дією повільних геотектонічних сил. Фізико-хімічні механізми в'язкопружної релаксації в земній корі (області відносно низьких тисків і температур) можуть відбуватись завдяки дифузійному кріпу і повзучості твердих порід, яка пов'язана з присутністю води (мінерали розчиняються у місцях підвищеного тиску і випадають в осад у місцях пониженого тиску), ці механізми можуть бути описані в рамках в'язкопружної феноменологічної моделі Кельвіна-Фойгта. Ця модель розглядає випадок, коли загальне напруження зсуву при заданих деформаціях і швидкостях деформацій представляє собою суперпозицію пружної та лінійно-в'язкої частин напруження і описує характерний для твердих геологічних порід процес кріпу зі зміцненням:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_i + \sigma_{ij,j} + \mathbf{F}_i = 0; \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu \epsilon_{ij} + 2\eta_v \dot{\epsilon}_{ij} + k\theta \delta_{ij}; \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} n_j - f_i = 0, \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^*; \quad \dot{\mathbf{u}}_i = \dot{\mathbf{u}}_i^*. \quad (3)$$

Тут (1) – рівняння руху; (2) – реологічні співвідношення для моделі Кельвіна-Фойгта; (3) – граничні умови I – го й II – го роду відповідно та початкові умови; $\mathbf{u}_i$ – компоненти переміщень; σ_{ij} – компоненти тензора напружень; ϵ_{ij} – компоненти тензора деформацій; $\mathbf{F}_i$ – компонента об'ємної сили; $\mathbf{f}_i$ – поверхневі зовнішні сили; $\mathbf{n}_j$ – одиничний вектор нормалі до поверхні; ρ – густина, μ – модуль зсуву; k – модуль всебічного стиску; θ – дилатація (об'ємне розширення); η_v – динамічна в'язкість; δ_{ij} – символ Кронекера.

1. Лубков М. В. Моделювання нахилів земної поверхні у зонах активних розломів / М. В. Лубков // Геоінформатика. – 2013. - N 2(46). – С. 48 – 54.
2. Лубков М. В. Процес великомасштабного складкоутворення в осадовому шарі земної кори / М. В. Лубков // Геоінформатика – 2014. – N 3(51). – С. 57 – 66.

Маковійчук Микола Васильович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
 ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
 e-mail: makoviy@ua.fm;
 Шацький Іван Петрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
 ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
 e-mail: ipshatsky@gmail.com;
 Щербій Андрій Богданович,
 ТЗОВ "Техноінфософт", Івано-Франківськ, Україна,
 e-mail: shch_andrew@ukr.net

ОЦІНКА МІЦНОСТІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПОПЕРЕЧНИМИ КОЛІНЕАРНИМИ ТРІЩИНАМИ, ПІДСИЛЕНОЇ ГНУЧКИМ ПОКРИТТЯМ

У рамках двовимірної теорії досліджується вплив одностороннього гнучкого покриття на напружений стан та граничну рівновагу пологої циліндричної оболонки з двома колінеарними тріщинами, орієнтованими вдовж напрямної. Гнучке покриття моделюється шарніром, який з'єднує береги розрізу на одній із лицьових поверхонь оболонки [1, 2]. З використанням такої моделі сформульовано крайову задачу для рівнянь класичної теорії пологих оболонок із взаємозв'язаними умовами розтягу-згину на лініях розрізів:

$$\begin{aligned}\Delta\Delta\varphi - \frac{B}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0, \quad \Delta\Delta w + \frac{1}{DR} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus L; \\ [u_y] - sh[\vartheta_y] &= 0, \quad M_y - shN_y = 0, \quad x \in L; \\ N_x = N_{xy} &= 0, \quad N_y = p, \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty.\end{aligned}$$

Тут φ – функція напружень, w – прогин оболонки, $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ – оператор Лапласа; $[u_y]$ – розкриття тріщини в базовій поверхні оболонки, $[\vartheta_y]$ – розрив кута повороту нормалі; p – розтягувальне навантаження, N_x , N_{xy} , N_y – мембранні зусилля, M_x , M_{xy} , M_y – моменти; $B = 2Eh$, $D = 2Eh^3 / (3(1 - \nu^2))$, E і ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки, h і R – її товщина та радіус серединної поверхні; $s = \pm 1$ – визначає варіант покриття (зовнішнє, внутрішнє); L – сукупність розрізів.

Для розглянутої задачі побудовано систему сингулярних інтегральних рівнянь для знаходження невідомих стрибків нормальних переміщень на контурах тріщин. На основі отриманих розв'язків досліджено залежності коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів в околі вершин дефектів та розподілу зусиль у шарнірному з'єднанні від взаємного розташування розрізів та від кривини оболонки.

Для оцінки впливу гнучкого покриття на граничний стан вкритої оболонки з тріщинами використано комбінований критерій руйнування, який враховує два механізми: порушення цілісності покриття з обмеженою міцністю та розповсюдження тріщини в тілі оболонки.

1. Шацький І. П. Задача о трещине в полой оболочке с гибким покрытием / И. П. Шацький // Прикл. механика и техн. физика. – 1996. – Т. 37, № 2. – С. 131–138.
2. Шацький І. П. Вплив гнучкого покриття на міцність пологої циліндричної оболонки з поперечною тріщиною / Шацький І. П., Маковійчук М. В., Щербій А. Б. // Проблеми обчисл. механіки і міцності конструкцій. – 2015. – № 24. – С. 248–257.

Маланчук Наталія Іванівна, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна,*
e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua;
Чумак Костянтин Андрійович, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна,*
e-mail: chumakostya@i.ua

ЧАСТКОВЕ ТЕРМІЧНЕ ПРОКОВЗУВАННЯ ТІЛ З РЕГУЛЯРНИМ РЕЛЬЄФОМ ПОВЕРХОНЬ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ГАЗУ В ІНТЕРФЕЙСНИХ ЗАЗОРАХ

Раніше проведено аналіз термічного впливу середовища в інтерфейсних зазорах між тілами з ідентичних матеріалів, поверхня одного з яких має регулярний рельєф, на часткове проковзування цих тіл, зумовлене термічними деформаціями внаслідок прикладеного теплового потоку [1]. Дана робота стосується дослідження часткового термічного фрикційного проковзування таких тіл з урахуванням комплексного (термічного і механічного) впливу газу, який заповнює зазори на інтерфейсі між ними.

Розглядається контакт двох півпросторів з ідентичних пружних ізотропних матеріалів в умовах плоскої деформації. У недеформованому стані поверхня одного з тіл є ідеально плоскою, а поверхня іншого має регулярний рельєф, утворений періодично розташованими виїмками однакової форми. Форма виїмків описується періодичною неперервно-диференційовною функцією, а їх максимальна висота є малою у порівнянні з їх шириною. Навантаження тіл реалізується в два етапи. На першому етапі тіла притискаються однорідними нормальними зусиллями, внаслідок чого на інтерфейсі між ними виникає періодична система зазорів, кожен з яких вважається заповненим однаковою кількістю газу. Зазори є герметичними, тобто газ не виходить з зазору та його кількість не змінюється в процесі навантаження. В якості фізичної моделі газу вибрано ідеальний газ, який чинить рівномірний тиск на поверхні тіл. Необхідно зазначити, що на цьому етапі навантаження поверхні тіл не проковзують одна відносно іншої, оскільки їх дотичні переміщення є однаковими. На другому етапі навантаження нормальні зусилля підтримуються сталими та до тіл прикладається тепловий потік, нормальний до інтерфейсу. В околі міжконтактного зазору виникає збурення температурного поля та з'являються термічні деформації, які зумовлюють зародження зон часткового проковзування [2]. Вплив газу на контактний теплообмін враховано термоопором, який є прямо пропорційним до висоти зазорів та обернено пропорційним до коефіцієнта теплопровідності газу. На ділянках безпосереднього налягання поверхонь півпросторів реалізуються умови ідеального теплового контакту. Відповідну задачу термомеханіки зведено до системи трьох рівнянь: двох сингулярних інтегральних рівнянь відносно висоти зазорів та відносного зсуву поверхонь тіл та сингулярного інтегро-диференціального рівняння відносно контактної стрибка температури. Побудовано аналітично-числовий розв'язок цієї системи рівнянь та встановлено закономірності термомеханічного впливу різних газів на еволюцію зон фрикційного проковзування, відносний зсув поверхонь тіл та розподіл контактних напружень.

1. Chumak K. Partial slip contact problem for solids with regular surface texture assuming thermal insulation or thermal permeability of interface gaps / Chumak K., Malanchuk N., Martynyak R. // International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – Vol. 84. – P. 138-146.
2. Malanchuk N. Thermally induced local slip of contacting solids in vicinity of surface groove / Malanchuk N., Martynyak R., Monastyrskyy B. // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – Vol. 48. – P. 1791-1797.

ЗБУРЕННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНОГО ГАРМОНІЧНОГО ПОЛЯ ПАРАБОЛОЇДАЛЬНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Класична математична фізика розглядає три основні задачі: задачу Діріхле, задачу Неймана і мішану задачу [1]. Об'єднує ці задачі те, що в них розшукується гармонічна функція в області G за відомим її значенням або потоком на замкненій (повній) поверхні S , яка обмежує область G . В даній роботі розглядається задача про знаходження потенціального поля в просторі за відомим його потоком на поверхневому параболоїдальному сегменті. Суттєва її відмінність від класичних задач полягає в тому, що в ній граничні значення гармонічного поля задаються на частині криволінійної поверхні.

Розв'язання запропонованого класу задач відкриває шлях до дослідження фізичних полів в околі дефектів різного походження (тріщини, тонкостінні включення та ін.). Такі проблеми є актуальними і мають теоретично-практичну значимість, наприклад, в задачах гідростатики, електростатики, теплопровідності.

Задачу про знаходження гармонічного поля за відомими його значеннями на поверхневому криволінійному сегменті можна розглядати як узагальнення класичних задач математичної фізики. Дійсно, якщо, наприклад, сферичний сегмент із заданим на ньому потоком продовжити до поверхні сфери, то прийдемо до класичної задачі Неймана для кулі і простору з кульковою порожниною.

Запроваджена в даній роботі методика може бути розповсюджена на широкий клас задач про знаходження динамічної гармонічної функції в просторі за заданим її значенням або потоком на сегменті поверхні другого порядку.

Нехай трьохвимірне тіло V , яке містить тонке параболоїдальне включення, знаходиться в осесиметричному гармонічному полі. Включення будемо моделювати відповідним математичним розрізом по поверхні S . Вважаємо, що потік поля через поверхню S відсутній («параболоїдальна гребля для потоку»).

Задача розглядається в параболоїдальних координатах обертання. Гармонічне поле і його потік записуємо у вигляді невластних інтегралів Ханкеля. Підпорядковуючи фізичні характеристики поля мішаним граничним умовам задачу зведено до системи парних рівнянь по функціям Бесселя. Їх розв'язок шукаємо у вигляді спеціально побудованого інтегрального оператора від введеної невідомої функції [2]. В кінцевому результаті проблема зведена до інтегралу Абеля з наступним перетворенням підінтегрального виразу до інтегродиференціального рівняння Фредгольма. Отримані формули для знаходження збуреного параболоїдальним включенням фізичних характеристик гармонічного поля. Виведено ряд асимптотичних виразів для невластних інтегралів Ханкеля і на їх основі проведений локальний аналіз поля в околі граничного кола параболоїдального включення.

Показано, що гармонічне поле в околі особливої лінії приймає сингулярне значення і знайдена формула для знаходження коефіцієнта інтенсивності гармонічного потоку.

1. Мартиненко М. А., Легеза В. П. Інженерні задачі математичної фізики / М. А. Мартиненко, В. П. Легеза. – Київ: НУХТ, 2008. – 389 с.
2. Мартиненко М.А. Мішані просторові задачі математичної теорії пружності / М. А. Мартиненко. – Київ: Освіта України, 2012. – 376 с.

Мартиняк Ростислав Михайлович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
 e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua;
 Маланчук Наталія Іванівна, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
 e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua;
 Слободян Богдан Степанович, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
 e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

КОНТАКТНЕ ФРИКЦІЙНЕ ПРОКОВЗУВАННЯ ПРУЖНИХ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ СИСТЕМИ КРУГОВИХ ПІДПОВЕРХНЕВИХ ВКЛЮЧЕНЬ

Раніше вивчено фрикційне проковзування пружних тіл, зумовлене термомеханічною дією підповерхневого кругового включення, що відрізняється від матриці лише коефіцієнтом лінійного теплового розширення [1]. У даному повідомленні досліджено зумовлене нагрівом та зсувним навантаженням локальне проковзування пружних півпросторів за наявності в одному з них системи періодично розташованих кругових підповерхневих включень.

В умовах плоскої деформації розглянемо контактну взаємодію двох півпросторів з ідентичних пружних ізотропних матеріалів, один з яких містить періодичну систему кругових включень радіуса R , центри яких розташовані на глибині y_0 від межі ($y_0 > R$) з періодом d . Модулі зсуву G та коефіцієнти Пуассона ν матеріалів тіл та включення однакові, а коефіцієнт лінійного теплового розширення включення α_0 менший, ніж матриці α ($\alpha_0 < \alpha$). Вважаємо, що початкова температура, при якій система перебуває в природному ненапруженому стані, дорівнює нулю. Тіла притискаються однорідними нормальними зусиллями інтенсивності P та нагріваються до температури T . Вважаємо, що температура нагріву не перевищує температури, за якої порушується прямий контакт поверхонь тіл. Далі до тіл на нескінченності прикладаються монотонно зростаючі зсувні зусилля інтенсивності S . Поверхні тіл перебувають у зчепленні допоки в кожній точці контакту тіл контактний тиск, помножений на коефіцієнт тертя f , є більшим за S . Якщо ж $S > S_{cr}$, де

$$S_{cr} = f \left(P + \frac{2(1+\nu)GR^2T(\alpha_0 - \alpha)\pi^2(1 - \text{th}^2(\pi y_0/d))}{(1-\nu)d^2 \text{th}^2(\pi y_0/d)} \right),$$

то вздовж розташованих над центрами

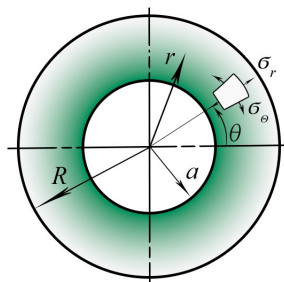
включень ділянок поверхонь відбуватиметься фрикційне проковзування. Ширина цих ділянок $2c$ монотонно зростатиме із зростанням зсувних зусиль S . При досягненні зсувними зусиллями S величини fP відбудеться перехід від локального проковзування вздовж періодично розташованих ділянок до глобального ковзання тіл одного по іншому. Тут розглядаємо випадок, коли $S_{cr} < S < fP$, за якого відбувається локальне проковзування тіл. Відповідну контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з ядром Гільберта на функцію відносного зсуву поверхонь. Побудовано аналітичний розв'язок цього рівняння та проаналізовано вплив прикладеного навантаження на еволюцію ділянок фрикційного проковзування, відносний зсув поверхонь та розподіл контактних напружень.

1. Маланчук Н.І. Фрикційне проковзування пружних тіл за наявності підповерхневого включення / Маланчук Н.І., Слободян Б.С., Мартиняк Р.М. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2016. – 52, № 6. – С. 69–74.

Можаровский Валентин Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
Голубева Елена Анатольевна, аспирант, математический факультет
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
Рушди Абдо Аль-Абси, аспирант, математический факультет
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
e-mail: val-mozh@yandex.ru

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОЙ ТРУБЫ ИЗ КОМПОЗИТА С УЧТОМ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ

В данной работе объектом исследования является слоистая труба из композита с функционально-градиентными свойствами под действием внутреннего давления с внутренним радиусом a и внешним радиусом R ; P – давление, оказанное на внутреннюю поверхность, как показано на рисунке.



На основании решения упругой задачи для неоднородной трубы [1] рассматривали вязкоупругий случай, в котором механические характеристики трубы изменяются по времени. Характерными для таких материалов являются релаксационные свойства, которые весьма зависят от составляющих компонентов композита. Модули упругости композитного материала определялись с помощью теории макроподхода и асимптотических методик, которые экспериментально проверялись на образцах из армированных материалов. Для описания процессов ползучести и релаксации использовали различные ядра интегральных уравнений физических соотношений теории вязкоупругости [2]. Представлена методика определения параметров ядер ползучести и релаксации с помощью контактного деформирования. Рассмотрен случай расчета напряженно-деформированного состояния слоистой трубы из функционально-градиентных материалов.

С учетом физико-механических свойств были построены графики изменения напряжений деформаций во времени трубы из композита с учетом явлений ползучести и релаксации. Предлагаемые подходы могут быть использованы в других конструкциях из композитов в теплоэнергетике, а также машиностроении.

1. Tutuncu N. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk. – 2001. – P. 683-686.
2. Можаровский В. В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск, 1988. – 271 с.

Можаровский Валентин Васильевич, доктор технических наук, профессор
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
Голубева Елена Анатольевна, аспирант, математический факультет
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
Рушди Абдо Аль-Абси, аспирант, математический факультет
Бокий Максим Юрьевич, аспирант, математический факультет
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Республика Беларусь
e-mail: val-mozh@yandex.ru

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖЕСТКОГО ИНДЕНТОРА С АРМИРОВАННОЙ РЕЗИНОВОЙ ПОЛОСКОЙ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

Несмотря на то, что новейшие композиты нашли широкое применение в качестве конструкционных материалов, и были разработаны методы оценки поведения этих материалов и конструкций при статических нагрузках, эффективных инженерных методов расчета поведения конструкций слоистых элементов машин из композитов и армированных резин при контактных взаимодействиях (статических и квазистатических) с учетом, например, явлений ползучести и релаксации, недостаточно. Рассмотрены аналитические и численные решения задач статического индентирования и описания ползучести, релаксации в покрытиях из композитов. Предложены модели контактного взаимодействия волокнистых материалов, исследован контакт шарового и цилиндрических инденторов в тонкое покрытие, лежащее на жестком основании. На основе асимптотических зависимостей теории упругости анизотропного тела получены аналитические зависимости для определения параметров контакта армированной металлическими волокнами тонкой резиновой полоски. Проведено экспериментальное исследование параметров контакта индентора с армированной полосой из резины.

Разработана методика определения механических параметров для статического контактного взаимодействия (в том числе, слоистых гетерогенных и армированной резины) [1-2]. Созданы экспериментально-аналитические решения описания деформаций при контактном индентировании армированных покрытий из композитов и эластомеров.

С учетом физико-механических свойств были построены графики изменения напряжений деформаций во времени трубы из композита с учетом явлений ползучести и релаксации. Предлагаемые подходы могут быть использованы в машиностроении при расчете элементов деталей машин из композитов.

1 Можаровский В. В. Методика определения параметров контакта индентора с ортотропным покрытием на упругом изотропном основании / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – №4. – С. 74-82.

2 Можаровский В. В. Инженерные методы расчета композиционных покрытий триботехнического назначения с учетом температуры и вязкоупругости / В. В. Можаровский, Е. А. Голубева // Сучасні проблеми термомеханіки: матеріали Міжнародної наукової конференції, Львів, Україна, 22 – 24 вересня 2016 р. / Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – Львів, 2016. – С.198-199.

Мусій Роман Степанович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний університет „Львівська політехніка”, Львів, Україна,
e-mail: musij@polynet.ua;
Мельник Наталія Богданівна, кандидат фіз.-мат. наук,
Національний університет „Львівська політехніка”, Львів, Україна,
e-mail: melnyk.n.pz@gmail.com;
Андрусак Іванна Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний університет „Львівська політехніка”, Львів, Україна,
e-mail: andrusyak.ivanna@gmail.com

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ЦИЛІНДРА З ТОНКИМ ПОКРИТТЯМ ЗА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ

Елементами конструкцій багатьох приладів та механізмів є електропровідні циліндри з тонким покриттям з іншого електропровідного матеріалу, які в процесі своєї експлуатації зазнають впливу нестационарних електромагнітних полів (ЕМП).

Дія ЕМП зумовлює і в циліндрі, і в шарі покриття нестационарні об'ємно розподілені джоулеві тепловиділення $Q^{(n)}$ і пондеромоторні сили $\vec{F}^{(n)}$, де $n=1$ відповідає циліндру, $n=2$ – покриттю. Розглядуваний циліндр віднесений до циліндричної системи координат $O r \varphi z$, вісь Oz якої співпадає з віссю циліндра. Матеріали циліндра і покриття вважаємо однорідними, ізотропними, неферомагнітними, а їх електро-, теплофізичні та фізико-механічні характеристики – сталими. Зовнішня поверхня покриття вільна від силового навантаження та перебуває за умов конвективного теплообміну з довкіллям. На поверхні контакту циліндра і покриття виконуються умови ідеального електромагнітного, теплового і механічного контактів. Внаслідок дії вказаних фізичних чинників $Q^{(n)}$ і $\vec{F}^{(n)}$ в циліндрі і покритті виникають нестационарні температурні і механічні поля, які описуються температурою $T^{(n)}$ та компонентами σ_{ij} ($i, j = r, \varphi, z$) тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$.

ЕМП задається значенням осової компоненти $H_z^{(n)}(r, t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)}$, яку визначаємо зі співвідношень Максвелла. За відомою напруженістю магнітного поля $\vec{H}^{(n)}$ обчислюємо питомі густини джоулевих тепловиділень $Q^{(n)}$ і пондеромоторних сил $\vec{F}^{(n)}$, за знайденим розподілом джоулевих тепловиділень $Q^{(n)}$ з рівняння теплопровідності визначаємо температуру $T^{(n)}$, а за отриманими виразами температури $T^{(n)}$ і пондеромоторних сил $\vec{F}^{(n)}$ – термонапружений стан циліндра із системи рівнянь динамічної задачі термопружності в переміщеннях $\vec{u}^{(n)} = \{u_r^{(n)}; 0; 0\}$, записаних для циліндра та його покриття.

Для побудови розв'язків сформульованих задач електродинаміки, теплопровідності і термопружності застосовано квадратичну апроксимацію розподілів всіх ключових функцій $H_z^{(n)}$, $T^{(n)}$ і $u_r^{(n)}$ у циліндрі і покритті за радіальною змінною. Побудовано розв'язки задачі термомеханіки для даного циліндра за однорідної нестационарної електромагнітної дії та за дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ). Чисельно проаналізовано температуру і напруження у циліндрі, виготовленому зі сталі X18H9T з тонким мідним покриттям за дії ЕМІ залежно від його часових параметрів та співвідношення між товщиною покриття і радіусом циліндра та порівняно ці результати з результатами для однорідного циліндра такого ж радіуса.

Navadeh Navid, MSc, PhD Student,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK;
Hewson Robert W., PhD, Senior Lecturer,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK
Fallah Arash S., Ph.D., Assistant Professor,
Department of Aeronautics, South Kensington Campus, Imperial College London, UK;
e-mail: as3@imperial.ac.uk

DYNAMICS OF TRANSVERSALLY VIBRATING NON-PRISMATIC TIMOSHENKO CANTILEVER BEAMS

Cantilever beams are encountered in a variety of circumstances. The Pylon of a wind turbine as well as its blade are examples of this type of structures. The present study deals with evaluation of the dynamic response in a pulse loaded homogeneous non-prismatic Timoshenko cantilever beam. Subsequent to the derivation of the partial differential equations (PDE's) of motion using extended Hamilton's principle the eigenvalue problem has been set up and solved for eigenfrequencies and eigenfunctions. Galerkin's method of weighted residuals was then applied to obtain governing ordinary differential equations (ODE's) for the system. The dynamic response under arbitrary pulse loading is obtained using the method of eigenfunction expansion which attributes to displacement and rotation fields generalised coordinates when the exact modes are chosen as shape functions. It has been shown that inclusion of few terms (in this case 5) in the series expansion provides a good correlation between the displacement fields and the truncated series. Dimensionless response parameters are introduced and two methods of non-dimensionalisation are proposed which could be useful in dealing with generic problems of a specified formulation.

Lidiia Nazarenko, Dr. habil.,

Institute of Mechanics, Otto von Guericke University Magdeburg, Magdeburg, Germany,

e-mail: lidiia.nazarenko@ovgu.de

Henryk Stolarski, Prof.,

Department of Civil, Environmental and Geo- Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, USA

e-mail: stola001@umn.edu

Holm Altenbach, Prof.,

Institute of Mechanics, Otto von Guericke University Magdeburg, Magdeburg, Germany,

e-mail: holm.altenbach@ovgu.de

ANALYSIS OF OVERALL THERMO-ELASTIC PROPERTIES OF RANDOM PARTICULATE NANO-COMPOSITES WITH VARIOUS INTERPHASE MODELS

In the presentation a new (hierarchical) approach to analysis of thermo-elastic properties of random composites with interphases is outlined and illustrated. It is based on the statistical homogenization method – the method of conditional moments – combined with recently introduced notion of the *energy-equivalent* inhomogeneity [1] which, in this presentation, is extended to include thermal effects. After exposition of the general principles, the approach is applied in the investigation of the effective thermo-elastic properties of a material with randomly distributed nano-particles.

The basic idea of equivalent inhomogeneity is to replace the inhomogeneity and the surrounding it interphase by a single *equivalent* inhomogeneity of constant stiffness tensor and coefficient of thermal expansion, combining thermal and elastic properties of both. The equivalent inhomogeneity is then perfectly bonded to the matrix which allows to analyze composites with interphases using techniques devised for problems without interphases.

From the mechanical viewpoint definition of the equivalent inhomogeneity is based on Hill's energy equivalence principle, applied to the problem consisting only of the original inhomogeneity and its interphase. It is more general than the definitions proposed in the past in that, conceptually and practically, it allows to consider inhomogeneities of various shapes and various models of interphases. This is illustrated considering spherical particles with two models of interphases, Gurtin-Murdoch material surface model and spring layer model. The resulting equivalent inhomogeneities are subsequently used to determine effective thermo-elastic properties of randomly distributed particulate composites. The effective stiffness tensor and coefficient of thermal extension of the material with so defined equivalent inhomogeneities are determined by the method of conditional moments. Closed-form expressions for the effective thermo-elastic parameters of a composite consisting of a matrix and randomly distributed spherical inhomogeneities are derived for the bulk and the shear moduli as well as for the coefficient of thermal expansion. Dependence of the effective parameters on the interphase properties is included in the resulting expressions, exhibiting analytically the nature of the size-effects in nano-materials. As a numerical example, the epoxy matrix with randomly distributed spherical glass particles is investigated. The dependence of the effective bulk and shear moduli, as well as of the effective thermal expansion coefficient on the particle volume fraction (for different radii of nano-particles) and on the radius of nano-particle (for fixed volume fraction of nano-particles) for different interphase models are compared to and discussed in the context of other theoretical predictions. Possible applications of the proposed approach to short-fiber composites with various types of interphases are discussed.

1. Nazarenko L., Stolarski H. Energy-based definition of equivalent inhomogeneity for various interphase models and analysis of effective properties of particulate composites. *Composites Part B*, 2016, 94, p. 82–94.

Назаренко Володимир Михайлович, член-кор. НАН України, доктор техн. наук, професор,
Інститут механіки ім С.П. Тимошенка НАН України;
Кіпніс Олександр Леонідович, кандидат фіз.-мат. наук,
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини,
e-mail: a.l.kipnis@gmail.com

ПРУЖНА РІВНОВАГА БІОДНОРІДНОЇ ПЛОЩИНИ ЗА НАЯВНОСТІ НАПІВНЕСКІНЧЕНОЇ НАВАНТАЖЕНОЇ ТРІЩИНИ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ

Розглянуто плоску симетричну задачу про пружну рівновагу кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка в одній з частин містить внутрішню півнескінченну тріщину нормального розриву. Береги тріщини знаходяться під дією тиску.

З використанням апарату інтегрального перетворення Мелліна [1] задачу зведено до функціонального рівняння Вінера–Хопфа [2] у смузі комплексної площини, що містить уявну вісь. Факторизація коефіцієнта рівняння на уявній осі здійснюється шляхом його розщеплення на функцію, яка факторизується за допомогою гамма-функцій [3], і функцію, яка факторизується за формулою Гахова [4]. З використанням цих факторизацій побудовано точний розв'язок рівняння Вінера–Хопфа, який виражається через інтеграли типу Коші та гамма-функції. На основі даного розв'язку виведено формулу для коефіцієнта інтенсивності напружень у кінці тріщини.

Досліджено поведінку напружень біля кутової точки. Показано, що кутова точка O є особливою точкою розглянутої крайової задачі теорії пружності. Вона являє собою гострокінцевий концентратор напружень. При наближенні точки області до точки O напруження прямують до нескінченності.

Особливість напружень у точці O степенева. Показник степеня сингулярності напружень залежить від кута, відношення модулів Юнга та від коефіцієнтів Пуассона. Цей показник являє собою єдиний на інтервалі $]-1;0[$ корінь певного трансцендентного рівняння.

Проаналізовано залежність показника степеня сингулярності напружень від кута та відношення модулів Юнга. Вивчено вплив зміни параметрів задачі на рівень концентрації напружень біля кутової точки.

Зі зростанням кута від нуля до π концентрація напружень біля кутової точки спочатку посилюється, а потім послаблюється. Чим більше відрізняються матеріали, тим сильніша концентрація напружень біля кутової точки.

1. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости / Я. С. Уфлянд. – Ленинград: Наука, 1967. – 402 с.
2. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных / Б. Нобл. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. – 279 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – Москва: Наука, 1987. – 688 с.
4. Гахов Ф.Д. Краевые задачи / Ф. Д. Гахов. – Москва: Наука, 1977. – 640 с.

Николишин Мирон Михайлович¹, доктор фіз.-мат. наук, професор

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача, Львів, Україна

Опанасович Віктор Костянтинович², доктор фіз.-мат. наук, професор

²Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна

Альфавіцька Соломія Орестівна¹, аспірант, e-mail: alfavitska_solomiya@i.ua

Білаш Оксана Вікторівна³, кандидат ек. наук, викладач

³Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, Україна

ДВОВІСНИЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ З ДВОМА ТРІЩИНАМИ ЗА НАЯВНОСТІ ЛІНІЙЧАСТИХ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН З УРАХУВАННЯМ КОНТАКТУ ЇХ БЕРЕГІВ ТА ЗМІЩЕННЯ МАТЕРІАЛУ

Розв'язана задача про двовісний згин рівномірно розподіленими моментами на безмежності M_x^∞ і M_y^∞ однорідної ізотопної пластини завтовшки $2h$ з двома рівними наскрізними прямолінійними тріщинами завдовжки $2l$ (див. рис. 1). Вважаємо, що під дією зовнішнього навантаження береги тріщин приходять у гладкий контакт по області сталої ширини h_1 поблизу верхньої основи пластини, а біля вершин тріщин наявні зміцнені пластичні зони завдовжки w_j ($j=1,2$). Лінію, де розміщені тріщини позначимо через L , пластичні зони однакової довжини – через L_j ($j=1,2$).

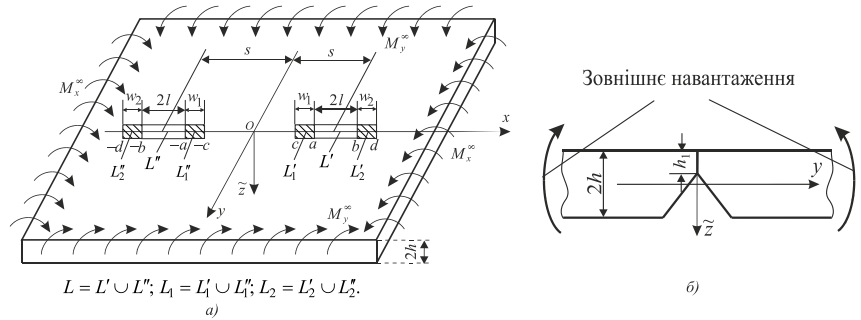


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

Згідно формулювання задачі маємо такі крайові умови:

$$\sigma_{yy}^\pm = \sigma_0 \sigma_j^*(x), M_y^\pm = M_0 \sigma_j^*(x), \quad x \in L_j, j=1,2; \quad \sigma_{xy}^\pm = 0, P_y^\pm = 0, \quad x \in L + L_1 + L_2,$$

$$\sigma_{yy}^\pm = -\frac{N}{2h}, M_y^\pm = \beta h N, [v] + \alpha h [\partial_y w] = 0, \quad x \in L, \quad \alpha = 0.5 \left\{ 1 + \left(1 - \gamma^2 \right) \right\}, \quad \beta = 1 - \frac{\gamma}{3}, \quad \gamma = \frac{h_1}{h},$$

де σ_{yy} і σ_{xy} , v – компоненти тензора напружень та компонента вектора переміщень на вісь Oy у плоскій задачі; σ_0 і M_0 – невідомі нормальне напруження та згинальний момент у пластичних зонах; N – контактне зусилля між берегами тріщини ($N > 0$); w – прогин пластини; M_y і P_y – згинальний момент та перерізувальна сила у сенсі Кірхгофа; значками “+” і “-” позначено граничне значення відповідної величини при $y \rightarrow \pm 0$; $\partial_y f = \partial f / \partial y$; функції $\sigma_j^*(x)$ ($j=1,2$) мають вигляд

$$\sigma_1^*(x) = m^* + (1 - m^*)(a - |x|) / (a - c), \quad \sigma_2^*(x) = m^* + (1 - m^*)(|x| - b) / (d - b), \quad m^* = \sigma_\epsilon / \sigma_T,$$

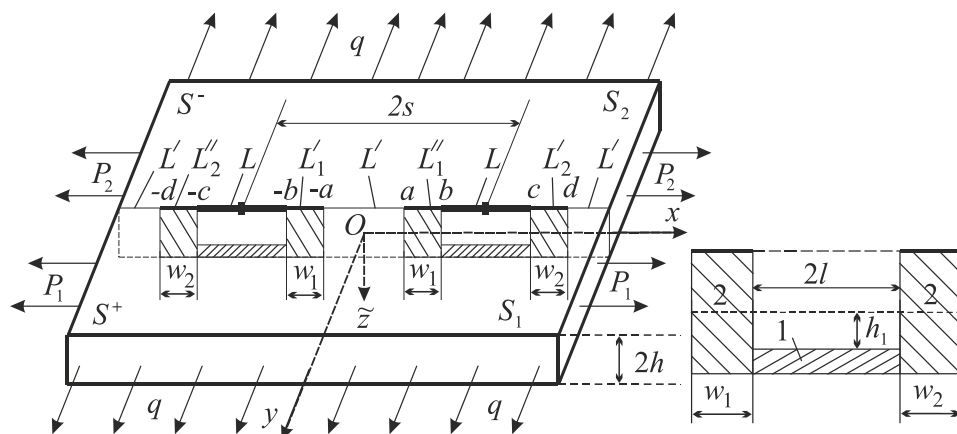
де σ_ϵ і σ_T – границя міцності та границя текучості матеріалу пластини.

За допомогою комплексних потенціалів плоскої задачі та класичної теорії згину пластин розв'язування задачі зведено до задач лінійного спряження, на основі яких отримано їх аналітичні розв'язки в класі функцій обмежених у вершинах пластичних зон, а для знаходження їх довжин використано умови пластичності Треска у вигляді поверхневого шару. При різних параметрах задачі побудовано графічні залежності по визначених довжинах пластичних зон та розкриття берегів тріщин поблизу їх вершин.

Николишин Мирон Михайлович, доктор фіз.-мат. наук, професор
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
 Опанасович Віктор Константинович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
 Куротчин Леся Романівна, кандидат фіз.-мат. наук, молодший науковий співробітник,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,
 e-mail: klesi@i.ua ;
 Слободян Микола Степанович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
 e-mail: slobkolia@gmail.com

ДВОВІСНИЙ РОЗТЯГ КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПЛАСТИНИ З ПРЯМОЛІНІЙНОЮ МЕЖЕЮ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ ТА ДВОМА МІЖФАЗНИМИ НЕНАСКРІЗНИМИ ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН БІЛЯ ЇХ ВЕРШИН

Досліджено двовісний розтяг ізотропної кусково-однорідної пластини завтовшки $2h$, яка знаходиться під дією однорідного поля зусиль на нескінченності q , P_1 , P_2 . На прямолінійній межі поділу матеріалів знаходяться дві рівні поверхневі тріщини довжиною $2l$, завглибшки $h+h_1$. Вважаємо, що біля вершин тріщин виникають зони пластичності



довжиною w_1 у внутрішніх та w_2 у зовнішніх вершинах тріщин і матеріал під тріщинами повністю перейшов у пластичний стан, при цьому вважається, що на основах пластини виконуються умови пластичності Треска-Сен-Венана у вигляді

поверхневого шару. За рахунок наявності поверхневої тріщини розв'язок подано у вигляді двох задач: плоскої і задачі згину з використанням класичної теорії. А на основі комплексних потенціалів цих задач та методів теорії функції комплексної змінної розв'язування зведено до задач лінійного спряження за таких крайових умов: на межі поділу матеріалів виконується умова ідеального механічного контакту, а на тріщинах такі умови

$$\sigma_{yy}^{\pm} = \sigma_y b_1, \sigma_{xy}^{\pm} = 0, M_y^{\pm} = \sigma_y b_2, H_{xy}^{\pm} = 0, N_y^{\pm} = 0, x \in L, \tilde{b}_1 = (h - h_1) / (2h), \tilde{b}_2 = (h^2 - h_1^2) / 2, \quad (1)$$

$$\sigma_{yy}^{\pm} = \sigma_{0j}, \sigma_{xy}^{\pm} = \tau_{0j}, M_y^{\pm} = M_{0j}, H_{xy}^{\pm} = H_{0j}, N_y^{\pm} = 0, x \in L'_j, \quad (2)$$

$$\sigma_{yy}^{\pm} = \sigma_{0j}, \sigma_{xy}^{\pm} = -\tau_{0j}, M_y^{\pm} = M_{0j}, H_{xy}^{\pm} = -H_{0j}, N_y^{\pm} = 0, x \in L''_j, \quad (3)$$

де σ_{yy} , σ_{xy} , σ_{xx} – компоненти тензора напружень; σ_{0j} , τ_{0j} , – невідомі нормальні і дотичні напруження у пластичних зонах; M_y , H_{xy} , N_y – згинальний і крутний моменти та перерізуювальна сила; M_{0j} , H_{0j} – невідомі згинальний і крутний моменти у пластичній зоні; $\sigma_y = \min \{ \sigma_y^{(1)}, \sigma_y^{(2)} \}$, $\sigma_y^{(j)}$ – границі текучості матеріалу j -ої півплощини, $j=1,2$.

Аналітично та числово визначено довжини пластичних зон, розкриття тріщин у їх вершинах, а також напружений стан на межі поділу матеріалів.

ПРО ДВА МЕХАНІЗМИ ДИСИПАЦІЇ ЗВУКУ В ДИСПЕРСНИХ ГАЗО-РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Досліджено природу згасання звуку в газо-рідинних дисперсних сумішах типу стабільних бульбашкових середовищ. При цьому розглядався частотний діапазон, для якого довжина акустичної хвилі перевищує масштаб структурної неоднорідності (характерний розмір бульбашки). У таких середовищах існують два незалежні механізми формування згасання звуку, обидва з яких мають релаксаційний характер. Перший обумовлено термодинамічними процесами, що відбуваються на межі рідини й бульбашки, яка пульсує під дією змінного з часом акустичного тиску. Другий породжено реалізацією в'язких ефектів у рідині, що гальмують бульбашку під час її осциляцій внаслідок градієнту акустичного тиску у падаючій плоскій хвилі. Досі ці два фактори здебільшого розглядались окремо, а порівняльна оцінка їхніх ефектів не проводилась. На базі одержаних кількісних результатів зроблено спробу інтерпретувати деякі з відомих експериментальних даних про акустичні властивості концентрованих зависів дрібних повітряних бульбашок у воді.

Онишкевич Володимир Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний лісотехнічний університет України, Львів, Україна,
e-mail: onyshkevych@nltu.edu.ua
Сулим Георгій Теодорович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна;
e-mail: sulym@franko.lviv.ua

ЗАДАЧА ПРО ТЕРМОПРУЖНИЙ КОНТАКТ ПІВПЛОЩИНИ З ПРЯМОКУТНИМ ШТАМПОМ ЗА ТЕПЛОУТВОРЕННЯ ВІД ТЕРТЯ

Математичне моделювання перерозподілу теплових полів при дослідженні контактної взаємодії тіл є математично складною та важливою, актуальною для застосувань науково-технічною проблемою. Вперше розв'язок плоскої задачі термопружності про тиск штампа з неповним контактом було отримано в [1], де у разі врахування тепловіддачі від штампа в півплощину було виявлено втрату контакту на краях штампа і потребу враховувати у цій задачі нелінійність через зміну області контакту. Тут з використанням рівнянь плоскої деформації розглядається плоский штамп деякої висоти, який втискується заданою силою у пружну півплощину і рухається прямолінійно уздовж поверхні з деякою швидкістю. На верхній межі штампа відбувається конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем. Між бічними поверхнями штампа й зовнішнім середовищем здійснюється теплообмін за законом Ньютона. Тепловий контакт між штампом і півплощиною є неідеальним із заданим коефіцієнтом теплопроникності контакту. Через незавантажену поверхню півплощини із зовнішнім середовищем відбувається конвективний теплообмін.

Розв'язок задачі термопружності для півплощини побудовано за допомогою інтегрального перетворення Фур'є. Задачу теплопровідності для штампа, (яка в [1] не розв'язується), розв'язано за допомогою методу прямих. Отримано систему парних інтегральних рівнянь, яку за допомогою методу поточної колокації зведено до системи ЛАР. Запропоновано розрахункові формули для температурних полів, теплових потоків та контактних напружень.

Для визначення наперед невідомої області контакту застосовано ітераційну схему, яка на кожному кроці передбачає контроль знаку нормальних напружень у області, де передбачено безпосередній контакт тіл. Якщо розраховані нормальні контактні напруження на всій такій ділянці не є додатними, то на всій цій ділянці штамп прилягає до основи, а відтак отримана ділянка і розраховані контактні напруження та розподіл температури будуть остаточними. Якщо ж на якійсь частині такої ділянки розраховані контактні напруження мають строго додатне значення, то вважається, що тут тіла відійшли одне від другого, а тому область контакту належним чином змінюється і здійснюється наступний ітераційний крок із поступового уточнення зони безпосередньої контактної взаємодії [2].

Розроблена методика може бути успішно застосованою і при розв'язуванні контактних задач в осесиметричній постановці [3].

1. Comninou M. Heat conduction through flat punch / M. Comninou, J. R. Barber, J. Dundurs // J. appl. Mech. – 1981. – Vol. 48. – P. 871–874.
2. Сулим Г. Т. Термопружний контакт півплощини з прямокутним жорстким штампом у разі подачі тепла на його зовнішню поверхню / Г. Т. Сулим, В. М. Онишкевич // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Сер. фізико-математичні науки. – 2015. – Спецвипуск. – С. 255–260.
3. Сулим Г. Т. Взаємодія жорсткого циліндра з пружним півпростором при теплоутворенні на ділянці контакту / Г. Т. Сулим, В. М. Онишкевич // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Сер. фізико-математичні науки. – 2013. – №. 3. – С. 228–231.

Опанасович Віктор Костянтинович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна;
 Слободян Микола Степанович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна;
 Ярема Євген Богданович, аспірант, механіко-математичний факультет, кафедра механіки,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
 e-mail: evhenkozak@mail.ru

ДВОВІСНИЙ РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З ЖОРСТКОЮ ШАЙБОЮ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ ТА ПРЯМОЛІНІЙНОЮ НАСКРІЗНОЮ ТРІЩИНОЮ

У роботі досліджено напружений стан ізотропної пластини з абсолютно жорсткою шайбою довільної форми та прямолінійною наскрізною тріщиною завдовжки $2l$, береги якої вільні від зовнішнього навантаження. У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат Oxy з початком у центрі тріщини, направивши вісь Ox вздовж неї (див.

рис. 1). Пластина знаходиться під дією рівномірно розподілених взаємно перпендикулярних зусиль p_1 і p_2 на безмежності, причому p_1 утворює кут α з віссю Ox . Жорстка шайба може повертатися як жорстке ціле на кут ε , або до неї прикладений момент M_0 , який утримує її від цього повороту. Відрізок дійсної осі $[-l; l]$ позначимо через L , контур абсолютно жорсткої шайби – через L_1 , а граничне значення відповідної величини при $y \rightarrow \pm 0$ на тріщині будемо позначати значками «+» і «-». З жорсткою шайбою зв'язуємо локальну систему декартових координат $O'x'y'$, причому вісь $O'x'$ утворює кут β з віссю Ox , а точка O' має координати c і d .

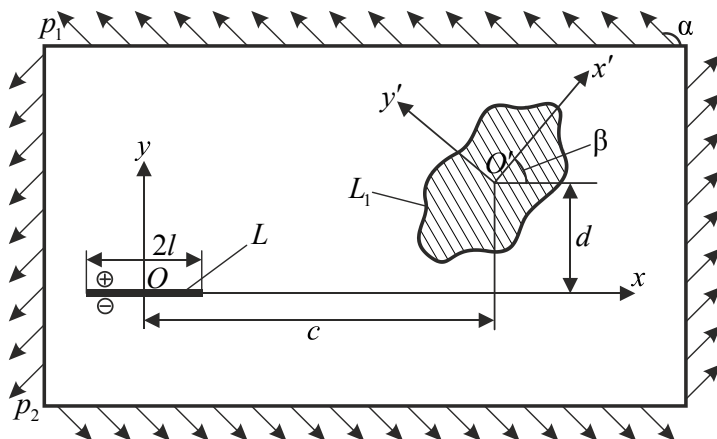


Рис. 1. Схема розміщення жорсткої шайби і тріщини

Згідно формулювання задачі маємо такі крайові умови:

$$\sigma_{yy}^{\pm} - i\sigma_{xy}^{\pm} = 0, \quad x \in L; \quad \tilde{u} + i\tilde{v} = i\varepsilon z', \quad \text{на } L_1,$$

де σ_{yy} , σ_{xy} – компоненти тензора напружень, $\tilde{u}$ і $\tilde{v}$ – компоненти вектора переміщення у локальній системі координат $O'x'y'$, $z = c + id + z'e^{i\beta}$, $z' = x' + iy'$, $z = x + iy$, $i^2 = -1$.

У роботі запропоновано підхід до розв'язування сформульованої задачі, який базується на методах теорії функції комплексної змінної та комплексних потенціалах Колосова-Мусхелішвілі, при цьому крайові умови на берегах прямолінійної тріщини вдалося задовольнити аналітично, а на межі жорсткої шайби отримано сингулярне інтегральне рівняння для знаходження шуканої функції $g_1(u)$:

$$\int_{L_1} [g_1(u)K(u,t)du + \overline{g_1(u)}M(u,t)d\bar{u}] = \rho(t), \quad t \in L_1, \quad (1)$$

розв'язок якого побудовано числово з використанням методу механічних квадратур, де ядра $K(u,t)$, $M(u,t)$ та функція $\rho(t)$ – відомі. На основі числового розв'язку рівняння (1) знайдено вирази для комплексних потенціалів та побудовані відповідні графічні залежності для коефіцієнтів інтенсивності напружень.

Остос Олександр Хосейович, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: ostos.alexander1994@yandex.ua
Жук Ярослав Олександрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
e-mail: y.zhuk@i.ua

ВПЛИВ ПОПЕРЕДНЬОГО ДЕФОРМУВАННЯ НА КОЛИВАННЯ І ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ ЕЛАСТОМЕРНОГО В'ЯЗКОПРУЖНОГО КІЛЬЦЯ

Еластомерні та полімерні матеріали є незамінними в багатьох практичних застосуваннях завдяки їх дисипативним властивостям та високій деформівній здатності. Елементи конструкцій, виготовлені з них, наприклад, автомобільні шини, ролики транспортерів тощо в процесі експлуатації піддаються дії цілого комплексу навантажень, які мають суттєвий вплив на динамічні характеристики матеріалів [1]. Серед зовнішніх факторів найважливішими є частота, температура, амплітуда коливань, а також попереднє навантаження. Термомеханічна поведінка еластомерів при циклічних навантаженнях зумовлена перш за все ефектами зв'язаності механічних і теплових полів: як згаданою залежністю властивостей від температури, так і необоротними втратами механічної енергії внаслідок дисипації, що призводить до виділення тепла [1,2]. Невеликий розігрів протягом одного циклу деформування може призвести до суттєвих рівнів вібророзігріву у випадку багатоциклових процесів і до деградації міцності внаслідок розм'якшення матеріалу. Попередня деформація віброізоляторів обумовлена вагою об'єкта і в загальному випадку є скінченною. Ефект амплітудної залежності динамічних характеристик відображає фізичну нелінійність матеріалу [2].

Дана робота присвячена розвитку зв'язаної термомеханічної теорії поведінки еластомерних елементів конструкцій з врахуванням фізичної нелінійності та попереднього деформування. Для описання такої поведінки еластомерних матеріалів застосовуються різноманітні моделі й підходи: інтегральні, інтегро-диференціальні, диференціальні методи, які використовують концепцію проміжних станів, для узагальнення реологічних моделей на випадок великих деформацій. У цьому дослідженні розвивається підхід, що ґрунтується на використанні амплітудних визначальних рівнянь, співвідношення яких формулюються в термінах амплітуд основних польових величин, і концепції комплексних модулів [2]. Розглядається випадок малих та скінченних початкових деформацій. Ці визначальні рівняння є досить складними з точки зору як експериментальної конкретизації, так і застосування для розв'язання конкретних задач. Проте сформульовано ряд достатньо простих моделей, які враховують наведені вище фактори. Тут, як і у [3], застосовано принцип пружних потенціалів Муні-Рівліна. Як приклад розв'язано задачу для скінченного кільця, $0 \leq r \leq R$, із заданими кінематичними умовами на поверхні.

1. Behnke R., Kaliske M. Thermo-mechanically coupled investigation of steady state rolling tires by numerical simulation and experiment / R. Behnke, M. Kaliske // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2015. – 68. – P. 101–131.

2. Карнаухов В. Г., Гуменюк Б.П. Термомеханика предварительно деформированных вязкоупругих тел / В. Г. Карнаухов, Б. П. Гуменюк. – Киев: Наук. думка, 1990. – 304 с.

3. Карнаухов В.Г., Сенченков И.К., Червинко О.П. Влияние предварительного деформирования на резонансные колебания и диссипативный разогрев вязкоупругого цилиндра конечной длины / В.Г. Карнаухов, И. К. Сенченков, О. П. Червинко // Прикладная механика. – 1997. – 33, № 1. – С. 39–42.

Павлюк Ярослав Вікторович, науковий співробітник НАН України, кандидат технічних наук,
 Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна
 e-mail: slavikp406@gmail.com;

Фернаті Павло Вікторович, науковий співробітник НАН України, кандидат технічних наук,
 Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна;

Рагуліна Віра Сергіївна, молодший науковий співробітник НАН України, кандидат фіз.-мат. наук,
 Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна.

ПОВЗУЧИСТЬ ІЗОТРОПНИХ ОДНОРІДНИХ І НЕСТАРІЮЧИХ ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

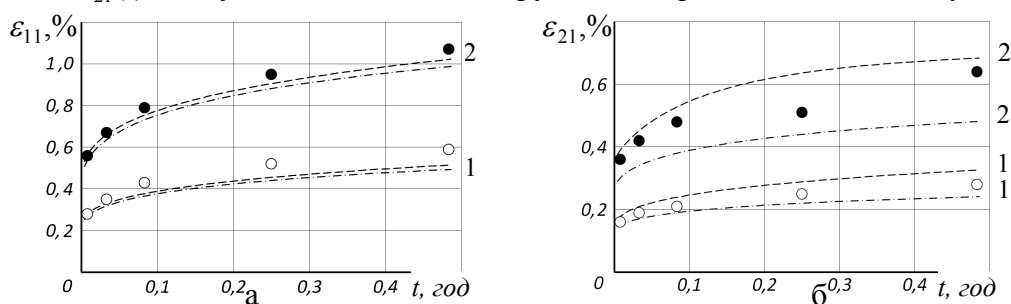
Розглядається повзучість ізотропних однорідних і нестаріючих лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану. Розв'язок будується шляхом узагальнення вихідної одновимірної моделі в'язкопружності на складний напружений стан, що побудований на використанні гіпотези пропорційності девіаторів. Встановлюється залежність між ядрами інтенсивності та об'ємної повзучості, що задають скалярні властивості лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану у визначальних рівняннях типу рівнянь малих пружно-пластичних деформацій, і ядрами повздовжньої і поперечної повзучості, що задають спадкові властивості лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов одновісного розтягу. Звідки для деформації повздовжньої повзучості $\varepsilon_{11}(t)$ при двовісному комбінованому навантаженні розтягом із крученням при $\sigma_{11} = \text{const}$ і $\tau_{21} = \text{const}$ отримуємо рівняння

$$\varepsilon_{11}(t) = \frac{2(1+\nu)}{3E} \sigma_{11} \left\{ 1 + \lambda_i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta_i)^n t^{(1+n)(1+\alpha_i)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_i)]} \right\} + \frac{1-2\nu}{3E} \sigma_{11} \left\{ 1 + \lambda_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta_v)^n t^{(1+n)(1+\alpha_v)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_v)]} \right\}, \quad (1)$$

а для деформації зсувної повзучості $\varepsilon_{21}(t)$ – рівняння

$$\varepsilon_{21}(t) = \frac{1}{2G} \tau_{21} \left\{ 1 + \lambda_i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta_i)^n t^{(1+n)(1+\alpha_i)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_i)]} \right\}^k. \quad (2)$$

На мал.1. співсталено результати розрахунку деформацій повздовжньої повзучості $\varepsilon_{11}(t)$ і зсувної $\varepsilon_{21}(t)$ повзучості тонкостінних трубчастих зразків із поліетилену високої



Мал.1

щільності виконаних за рівняннями (1) та (2). Результати розрахунків нанесені лініями, а експериментальні дані – точками. Як видно із отриманих результатів розрахунків побудовані аналітичні залежності для ідентифікації невідомих функцій у просторовій лінійній моделі в'язкопружності дозволяють визначати параметри невідомих функцій, виходячи з експериментальних даних поздовжніх і поперечних деформацій повзучості при одновісному розтягу.

Перепічка Василь Васильович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: an_w@i.ua;

Шацький Іван Петрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: ipshatsky@gmail.com

НЕСТАЦІОНАРНА ВЗАЄМОДІЯ ПРУЖНОГО СТЕРЖНЯ З НЕДЕФОРМІВНОЮ ОСНОВОЮ ЧЕРЕЗ ЖОРСТКОПЛАСТИЧНИЙ ПРОШАРОК ІЗ ЗМІЦНЕННЯМ

Перепічка В. В., Шацький І. П.

У окремих галузях матеріалознавства, будівництва та нафтогазової справи актуальними є задачі динамічної взаємодії стержневих систем з довкіллям за складних умов контакту на бічних поверхнях стержнів. Це стосується проблем розтріскування волокнистих композитів з непружною матрицею, будівництва на палях, сейсмосахисту трубопровідних систем, ліквідації прихоплень бурильної колони тощо. Задачі розповсюдження ударних хвиль у стержнях із зовнішнім сухим тертям описано у праці [1]. Варіант взаємодії стержня з основою через в'язкопластичний бінгамівський прошарок вивчено у статті [2].

У доповіді розглядається нестационарна задача про розповсюдження ударної хвилі стиску у півнескінченному пружному стержні, бічна поверхня якого взаємодіє з абсолютно недеформівною основою через тонкий жорсткопластичний прошарок з лінійним зміцненням. Нелінійна початково-крайова задача для знаходження переміщення стержня $u(x, t)$ має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{u''}{L} + \frac{\tau_x}{E} &= \frac{\ddot{u}}{L}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ \tau_x &= -\tau_c \operatorname{sgn} \dot{u} - ku, \quad \dot{u} \neq 0 \quad \text{або} \quad \dot{u} = 0, \quad |\tau_x| < \tau_c; \\ u(x, 0) &= 0, \quad \dot{u}(x, 0) = 0, \quad x > 0; \\ \frac{u'(0, t)}{L} &= -\frac{\sigma_0}{E} H(t), \quad u(\infty, t) = 0, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Тут $x = X/L$, $t = cT/L$ – безрозмірні координата та час, $L = F/\Pi$ – характерний розмір, а F , Π – площа та периметр попереччя; $c = \sqrt{E/\rho}$ – швидкість хвилі; τ_x – дотичне напруження на бічній поверхні, τ_c – межа текучості, а k – зведений модуль зміцнення прошарку; σ_0 – напруження на торці стержня, $H(t)$ – функція Гевісайда.

Аналітичний розв'язок сформульованої задачі побудували, застосовуючи інтегральне перетворення Лапласа за часом. Проаналізовано вплив ефекту зміцнення на структуру області руху, на розподіл нестационарних полів переміщення, швидкості та напружень, знайдено залишкові напруження після зупинки стержня. Встановлено обмеження для співвідношення реологічних параметрів kL/τ_c , за яких в системі не розповсюджуються відбиті хвилі.

1. Никитин Л. В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением / Л. В. Никитин. – М.: Моск. лицей, 1998. – 272 с.
2. Шацкий И. П. Распространение ударной волны в упругом стержне с вязкопластическим внешним сопротивлением / И. П. Шацкий, В. В. Перепичка // Прикл. механика и техн. физика. – 2013. – Т. 54, № 6. – С. 175–180.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА

В настоящей работе представлены выводы основных уравнений кристаллизации непрерывного слитка. Математическое изучение процесса кристаллизации связано с решением задачи со свободной границей, т.е. не заданной, и которая должна быть определена вместе с решением дифференциальных уравнений. Эта задача называется задачей Стефана. Будут рассмотрены приближения задачи кристаллизации. В простейшем случае положение фронта кристаллизации найдено в виде ряда лейбнического типа. Полученные соотношения могут служить формулами для практического определения фронта кристаллизации. Дальнейшим обобщением задачи является построение решения для кристаллизующего непрерывного слитка на основе применения метода прямых. Исходная дифференциальная задача сводится к другой дифференциальной задаче, но с меньшим числом независимых переменных. Это имеет место при непрерывной разливке, когда эффект теплопроводности вдоль слитка мал вследствие большой скорости движения слитка. Далее строится рекуррентное соотношение в интегральной форме, позволяющее определить положение фронта кристаллизации. Оно выражает количественно закон сохранения энергии. Для решения задачи кристаллизации здесь необходимо знание температурного поля на поверхности слитка. Построены также рекуррентные соотношения для определения фронта кристаллизации и поля температур на основе применения без итерационной процедуры. Использована частичная разностная аппроксимация уравнений на основе метода прямых и построены трехслойные дифференциально-разностные схемы. Рассмотрены вопросы интенсификации процесса кристаллизации. Для сплавов, имеющих невысокую скорость кристаллизации, рассматриваются решения уравнений эллиптического типа. Для случая постоянных теплофизических параметров решения избран метод прямых. Для гетерогенного слоя найдено поле температур, концентраций и количество твердого вещества в единице объема.

Для цилиндрического слитка в случае постоянных теплофизических параметров строится методом прямых. Частное решение строится с помощью преобразования Ханкеля.

1. Будаков Б.М. О методе прямых для некоторых краевых задач / Б. М. Будаков // ДАН СССР. – 1957. – Т.112, №. 2. – С.112.
2. Каместонская С.Л. О задаче Стефана / С. Л. Каместонская // Математический сборник. – 1961.–№.95.– С.4–11.

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УПРУГОГО СЛОЯ

Рассматривается динамическая задача теории упругости для слоя (x, y, z - декартова система координат), к верхней границе которого приложена нагрузка $P(x, y, t)$, нижняя грань которого находится или в условиях гладкого контакта, или в условиях защемления. Требуется найти поле смещений и напряжений среды. Смещения удовлетворяют уравнениям движения:

$$\begin{cases} \Delta u + \mu_0 \theta' = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \Delta v + \mu_0 \theta' = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \Delta w + \mu_0 \theta' = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases}$$

а напряжения определяются из уравнений теории упругости.

Использованный подход к решению предложен в [1]. Его идея заключается в том, что выделяется класс оснований, позволяющий восстановить решение пространственной задачи на основании решений плоских и антиплоской задач. С этой целью вводятся матрицы влияния — матрицы, описывающие напряженное состояние среды от концентрированных нагрузок. Указаны основные свойства плоских и пространственных матриц влияния, которые при разложении компонент матриц в ряд Фурье позволяют восстановить пространственную матрицу из плоской на уровне трансформант Фурье.

Данная методика [2] применена к задаче для слоя. Соответствующие плоские задачи сведены к одномерным при помощи метода интегральных преобразований, после чего одномерные задачи были записаны в виде векторных краевых задач и решены методами матричного дифференциального исчисления. Тем самым было получено точное решение плоских задач в пространстве трансформант Фурье.

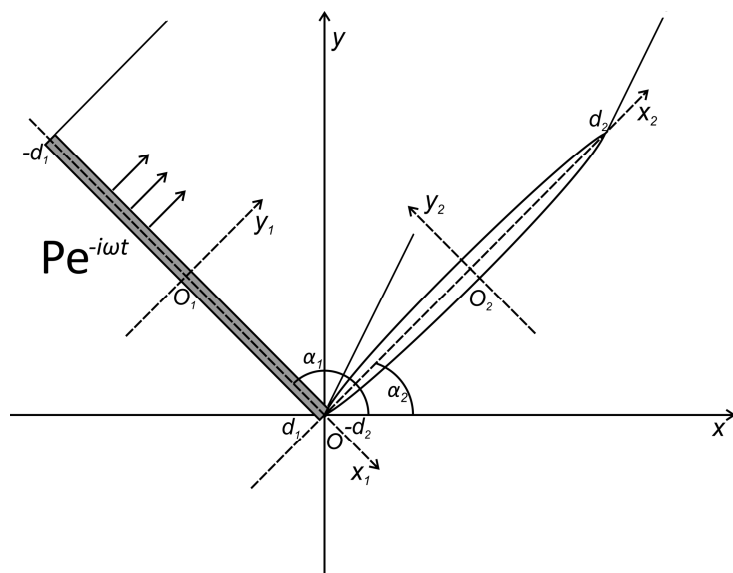
Полученная ранее связь между матрицами влияния позволяет восстановить решение пространственной задачи из решения плоских и антиплоской задач. Обращение интегральных преобразований завершает построение решения.

1. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений / Попов Г. Я. — М.: Наука, 1982. — 344 с.
2. Плюснот Д. С. Пространственная задача для упругого слоя / Плюснот Д. С. — Исследования в математике и механике, 2016., том 21, вып. 1(27) — с. 54-64

Попов Всеволод Геннадійович , доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна,
e-mail: dr.vg.popov@gmail.com;
Мішарін Андрій Сергійович, асистент,
Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна,
e-mail: mishandr@ukr.net

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ БІЛЯ ТРІЩИНИ І ВКЛЮЧЕННЯ, ЩО ВИХОДЯТЬ З ОДНІЄЇ ТОЧКИ, ПРИ ДІЇ СИЛОЮ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Сучасні елементи будівельних конструкцій і деталі машин досить часто містять конструктивні елементи або технологічні дефекти, які можна розглядати як тонкі включення великої жорсткості. Армуючі елементи композитних матеріалів теж можуть уявляти собою тонкі жорсткі виключення. Але як показують дослідження [1], тонкі жорсткі включення спричиняють значну концентрацію напружень у оточуючому середовищі, яка може привести до утворення тріщин на його продовженні. Задачі по визначенню напруженого стану навколо дефектів що уявляють собою тонке включення від краю якого під деяким кутом відходить тріщина майже не розв'язувались. Особливо це стосується випадків коли тіло з подібними дефектами під дією динамічного навантаження.



Розв'язана задача визначення динамічних КІН для тріщини і включення, які виходять з однієї точки. На дефекти діє сила поздовжнього зсуву. Вихідна задача зведена до розв'язання системи двох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з нерухомими особливостями. Для числового розв'язання цієї системи розроблений метод, який враховує реальну асимптотику невідомих функцій і використовує спеціальні квадратурні формули для сингулярних інтегралів.

1. Сулим Г. Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями / Сулим Г. Т. – Львів: Дослід.-видав. центр НТШ. – 2007. – 716 с.

Попов Сергій Анатолійович, кандидат геол.-мін. наук, ННІ «Інститут геології»,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
e-mail: saropovsa@mail.ru
Краснікова Олена Олександрівна, студентка 3 курсу, ННІ «Інститут геології»,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
e-mail: koatinga@gmail.com
Андрущенко Тарас Володимирович, аспірант,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
e-mail: tarasandruschenko@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ РЕЗОНАНСІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗРАЗКІВ ГІРСЬКИХ ПОРІД

Методика робіт полягає у вимірюванні характеристик АЧХ циліндричних зразків розміром 30*30 мм в інформативному частотному діапазоні 20-150 КГц. Зразки вибурювалися із керну нафтових свердловин і були в основному представлені пісковиками, алевролітами та аргілітами різної пористості.

Для визначення пружних властивостей гірських порід резонансний метод має ряд переваг порівняно з імпульсними методами: 1) вимірювання проводяться на десятках, а не на сотнях герц, що дозволяє уникнути впливу фізичної дисперсії; 2) оскільки в умовах резонансу використовуються «стоячі хвилі», то вплив геометричної дисперсії відсутній; 3) частотний діапазон резонансів близький до частот, на яких проводиться акустичний каротаж у свердловинах; 4) резонансний метод, на відміну від імпульсних, не є критично чутливим до таких проблем як крихкість зразків та значне затухання високочастотного імпульсу.

Для перевірки методики було виготовлено алюмінієвий еталон 60*60 мм. Його АЧХ знімалося при збудженні п'єзокерамікою центральних областей торців циліндру. У програмі ANSYS будувалася модель вільних коливань цього циліндра. Розраховані на її основі моди порівнювалися з отриманими експериментально. Всього в якості реперних мод було виділено 5 максимальних за амплітудою осесиметричних мод, і методом фігур Хладні визначена їх форма. Далі шляхом підбору параметрів модуля Юнга (E) і коефіцієнта Пуасона (ν) вирівнюються значення розрахованих і виміряних модальних частот відповідних форм коливань. Ці E та ν приймаються за істинні. Також можливий розрахунок параметрів пружності за алгоритмом, запропонованим В.В. Мелешком [1].

Для еталонного алюмінієвого циліндра отримані нами експериментальні і теоретичні результати співпадають до десятих долей відсотку.

1. Мелешко В. В. Резонансный метод определения упругих постоянных конечных изотропных цилиндров / В. В. Мелешко, Н. С. Якименко, А. Ф. Улитко // Акуст. вестник. – 2008. – Т. 11, № 3. – С. 65-75.

ВПЛИВ ДИСИПАТИВНОГО РОЗІГРІВУ НА ПОКАЗНИКИ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО СЕНСОРА

Розглядається тришарова пластина з внутрішнім пасивним шаром і двома зовнішніми активними шарами-сенсорами. Для розімкнутих електродів різниця потенціалів, яку показує сенсор при згинних коливаннях, має вигляд:

$$V_s = -h_1 (h_0 + h_1) \iint_{(S_1)} \{d_{31} / [s_{11}(1 - \nu_s)]\} \Delta w dx dy / \iint_{(S_1)} 2\varepsilon_{33}(1 - k_p^2) dx dy. \quad (1)$$

Тут S_1 - площа прямокутного сенсора. Якщо характеристики сенсора не залежать від температури (ізотермічні коливання), то вираз (1) приймає вигляд:

$$V_s = -h_1 (h_0 + h_1) \{d_{31} / [s_{11}(1 - \nu_s)]\} \iint_{(S_1)} \Delta w dx dy / [2\varepsilon_{33}(1 - k_p^2) S_1] \quad (2)$$

Вираз (2) залишається без зміни і в тому випадку, коли характеристики сенсора залежать від осередненої по його площі температури. При сумісному використанні сенсорів та актуаторів для збільшення демпфірування коливань до актуатора підводиться різниця потенціалів V_a , пов'язана таким співвідношенням (рівнянням оберненого зв'язку) з показником сенсора V_s :

$$V_a = -G_s \dot{V}_s, \quad (3)$$

де $G_s = GG_e$ - параметр оберненого зв'язку, G_e - опір підсилювача, а G вибирається з умови найбільш швидкого затухання вільних коливань або суттєвого зменшення амплітуди вимушених коливань. Підставимо наведені вище рівняння для показника сенсора (1), (2) в (3), а одержаний результат - в рівняння стану для актуатора. Після підстановки одержаних таким чином рівнянь стану в рівняння руху в ізотермічному випадку матимемо лінійну систему інтегро-диференціальних рівнянь з додатковим затуханням відносно зміщень. На Рис. 1 показано залежність k_{s1} від параметра навантаження для прямокутної пластини з шарнірним закріпленням торців. Тут штрихова лінія відповідає випадку, коли властивості п'єзоматеріалу не залежать від температури, а суцільна - випадку, коли вони залежать від температури. Як видно з цього графіка, при врахуванні залежності властивостей пасивного матеріалу від температури показники сенсора значно погіршуються.

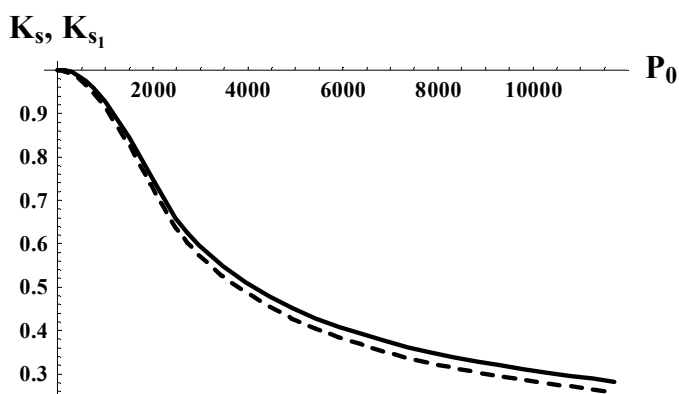


Рис. 1

1. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Электротермовязкоупругость: Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т. 4. – 320 с.

NONLINEAR WAVE EQUATIONS DESCRIBING THE CYLINDRICAL AXISYMMETRIC SURFACE WAVES

In the monograph [1], many types of nonlinear wave equations are derived that correspond to the nonlinear elastic five-constant Murnaghan model. In an analysis of the surface wave which propagates along the generatrice of a circular cylindrical cavity, the nonlinear wave equations for cylindrical axisymmetric waves are needed. In the statement of the problem on cylindrical waves, the four configurations are distinguished [1]. In the case of configuration II that describes the shown above surface wave, the system of nonlinear wave equations is derived for one particular case, when the only geometric nonlinearity is taken into account and the Murnaghan model is reduced to the simplest nonlinear model (John model or Neo-Hookean model). Thus, a necessity to consider other cases arose and, in particular, the case when the only physical nonlinearity is taken into account and which is more characteristic for materials studied within the framework of Murnaghan model. It is well-known that such materials show the weak physical nonlinearity under small deformations.

Let the initial configuration is characterized by the cylindrical coordinates and consider the axisymmetric state. Then this state is described by two displacements $(u_r(r, z, t), 0, u_z(r, z, t))$ (and two coordinates) and the Christoffel symbols are as follows $\Gamma_{22}^1 = -r, \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = (1/r)$. To obtain the strain tensor, the covariant and contravariant components of the displacement gradients are needed

$\varepsilon_{11} = \nabla_1 u_1 + (1/2) \nabla_1 u_1 \nabla_1 u^1 + (1/2) \nabla_1 u_3 \nabla_1 u^3 = \varepsilon_{rr} = u_{r,r} + (1/2) u_{rr}^2 + (1/2) u_{rz}^2, \nabla_1 u_1 = u_{1,1} - u_1 \Gamma_{11}^1 - u_2 \Gamma_{11}^2 = u_{r,r},$
 $\nabla_1 u^1 = u_{,1}^1 + u^1 \Gamma_{11}^1 + u^2 \Gamma_{21}^1 = u_{r,r}, \dots$ Let only the physical nonlinearity is taken into account, what means that the linear Cauchy relations are chosen $\varepsilon_{rr} = u_{r,r}, \varepsilon_{\theta\theta} = (1/r) u_r, \varepsilon_{zz} = u_{z,z}, \varepsilon_{r\theta} = 0, \varepsilon_{\theta z} = 0,$
 $\varepsilon_{rz} = (1/2)(u_{z,r} + u_{r,z})$. Then the symmetric Lagrange stress tensor can be evaluated by formulas $\sigma_{rr} =$
 $= \partial W / \partial \varepsilon_{rr}, \dots, \sigma_{rz} = \partial W / \partial \varepsilon_{rz}, \sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{rr} + \lambda (\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + (A + 3B + C) \varepsilon_{rr}^2 + [(1/3)A + B] \varepsilon_{rz}^2 + (B + C) \times$
 $(\varepsilon_{\theta\theta}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + 2\varepsilon_{rr}(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz})) + 2C \varepsilon_{\theta\theta} \varepsilon_{zz}; \dots$ The motion equations have the form [1] $\nabla_k [\sigma^{ki} (\delta_i^n + \nabla_i u^n)] - \rho \ddot{u}^i = 0$. They are simplified in the case under consideration to two coupled equations $\sigma_{rr,r} + \sigma_{rz,z} +$
 $(1/r)(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) - \rho u_{r,tt} = - (1/r) [(u_{r,r} + r u_{r,rr}) \sigma_{rr} + (2u_{r,zr} + u_{r,z}) \sigma_{rz}] - u_{r,r} \sigma_{rr,r} - u_{r,z} \sigma_{rz,r} - u_{r,r} \sigma_{rz,z} - u_{r,z} \sigma_{zz,z}$

The substitution of formulas for stress tensor in displacements into the last formulas gives two nonlinear wave equations, in which the linear classical summands form the left hand sides and twenty five quadratically and cubically nonlinear summands form the right hand sides

$$(\lambda + 2\mu) [u_{r,rr} + (1/r) u_{r,r} - (1/r^2) u_r + u_{z,rz}] + \mu (u_{r,zz} - u_{z,rz}) - \rho u_{r,tt} = 2(A + 3B + C) u_{r,r} u_{r,rr} -$$

$$- (A + 4B + 2C) \left[(1/r^3) (u_r)^2 + (1/r) (u_{r,r})^2 \right] + [(1/3)A + 3B + 2C] u_{r,r} u_{z,zr} + \dots$$

$$\dots + B \left[- (1/r^2) u_r u_{r,z} - (1/r^2) u_r u_{z,r} + u_{r,z} u_{z,zz} + u_{z,r} u_{z,zz} + (1/r) u_r u_{r,zz} + (1/r) u_r u_{z,rz} + u_{z,z} u_{r,zz} \right] + \dots$$

NONLINEAR WKB METHOD FOR STUDYING THE KORTEWEG-DE VRIES EQUATION WITH VARIABLE COEFFICIENTS

In modern applied mathematics there are a lot of different problems described by nonlinear partial differential equations among them it should be mentioned the Korteweg-de Vries equation

$$u_t - uu_x + u_{xxx} = 0.$$

Many researchers began to study the equation after the discovery of so called *soliton solutions* [1] in 1965. Later the one was studied through different methods and approaches including inverse scattering transform, Hirota method, Baklund transformation, methods of asymptotic analysis and many others.

In 1974 the KdV equation with a small parameter was firstly considered by M. Kruskal and R. Miura [2]. They have developed so called nonlinear WKB method and by means of it they have found main term of asymptotic expansion for quasiperiodic solution to the KdV equation with singular perturbation. Later, V.P. Maslov and others have successfully applied nonlinear WKB method for constructing asymptotic soliton like solutions to a number of partial differential equations with singular perturbation being closed to integrable type [3].

Here we present results [4] on constructing asymptotic soliton like solutions to the singular perturbed KdV equation with variable coefficients of the following form

$$\varepsilon^n u_{xxx} = a(x, t, \varepsilon)u_t + b(x, t, \varepsilon)uu_x, \quad (x, t) \in R \times [0; T], \quad (1)$$

where $a(x, t, \varepsilon)$, $b(x, t, \varepsilon)$ are represented as asymptotic series in small parameter $\varepsilon > 0$.

We have found general forms of the asymptotic soliton like solutions to equation (1) and have deduced that kind of the asymptotic solutions depends on the number n .

Based on nonlinear WKB-technique and the boundary layer approach [5] algorithm of constructing asymptotic one phase soliton like solutions to equation (1) is developed and its justification is given.

References

1. Zabusky N.J. Interaction of solitons in a collisionless plasma and recurrence of initial states / N.J. Zabusky, M.D. Kruskal // Phys. Review Lett. – 1965. – V. 15. – P. 240 – 243.
2. Miura R.M. Application of non-linear WKB-method to the KdV equation / Miura R.M., Kruskal M. // SIAM J. Appl. Math. – 1974. – V. 26, № 3. – P. 376 – 395.
3. Maslov V.P. Geometric asymptotics for PDE. I / V.P. Maslov, G.A. Omel'yanov. – Providence: American Math. Society, 2001. – 243 p.
4. Самойленко Ю.І. Асимптотичні солітоноподібні розв'язки сингулярно збуреного рівняння Кортевега-де Фріза зі змінними коефіцієнтами / Ю.І. Самойленко // Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фіз. – мат. наук зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння. – Київ, 2016. – 40 с.
5. Prandtl L. Uber Flussigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung / L. Prandtl // Proceedings of the Third International Math. Congress. – Heidelberg (Germany). – 1905. – P. 484 – 491.

Савельева Екатерина Владимировна, кандидат физ.-мат. наук, доцент,
 Институт механики имени С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев
 e-mail: katerina1971s@gmail.com;
 Синчило Сергій В., кандидат физ.-мат. наук,
 Институт механики имени С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев
 e-mail: svsinchilo@gmail.com;
 Симчук Ярослав Викторович, кандидат физ.-мат. наук,
 Институт механики имени С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев
 e-mail: yar_simchuk@ukr.net

ПОПЕРЕЧНЫЕ ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В НАНОКОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Предметом публикации являются результаты теоретического исследования взаимодействия горизонтально и вертикально поляризованных поперечных упругих плоских волн при их распространении в гиперупругом материале, деформирование которого описывается нелинейной моделью Мурнагана [1]. Решена задача, в которой принимается условие: первоначально на входе в среду возбуждаются только поперечные волны; продольные перемещения отсутствуют. Вектор перемещений зависит от одной пространственной переменной x и времени t . В рамках учета квадратичной и кубической нелинейностей в определяющих уравнениях, нелинейные волновые уравнения имеют вид

$$\rho u_{2,tt} - \mu u_{2,xx} = N_4 u_{2,xx} (u_{2,x})^2 + N_6 u_{2,xx} (u_{3,x})^2; \rho u_{3,tt} - \mu u_{3,xx} = N_4 u_{3,xx} (u_{3,x})^2 + N_6 u_{3,xx} (u_{2,x})^2.$$

На их основании исследована задача об одновременном распространении поперечных волн двух видов.

Решение уравнений движения получено методом возмущений [2,3] в виде

$$u_2(x, t) = u_2^0 \cos(kx - \omega t) - \frac{k^3}{6\mu\rho} u_2^0 \left((u_2^0)^2 N_4 + (u_3^0)^2 N_6 \right) x \sin 3(kx - \omega t),$$

$$u_3(x, t) = u_3^0 \cos(kx - \omega t) - \frac{k^3}{6\mu\rho} u_3^0 \left((u_3^0)^2 N_4 + (u_2^0)^2 N_6 \right) x \sin 3(kx - \omega t).$$

(перемещения представлены в виде суммы последовательных приближений, первое из которых – линейное).

Для волн обоих видов это – чистые третьи гармоники, амплитуды которых зависят линейно от физических постоянных, кубически нелинейно от амплитуд, а также от пройденного волной расстояния.

Представлены результаты числового анализа полученного решения для четырех типов нанокompозитных материалов, соответствующих модели $3\mu_{\text{nano}}$, из публикации [4]. При этом исследована задача, состоящая в задании на входе в среду одной из поперечных волн и выявлении генерирования другой поперечной волны.

1. Murnaghan F.D. Finite deformations in an Elastic Solid / F. D. Murnaghan. – New York: Wiley, 1951. – 140 p.
2. Рушицкий Я. Я., Цурпал С. І. Хвилі в матеріалах з мікроструктурою / Я. Я. Рушицкий, С. І. Цурпал. – К.: Інститут механіки НАНУ ім. С.П. Тимошенка, 1998. – 377 с.
3. Виноградова М. Б. Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. – М.: Наука, 1990. – 432 с.
4. Гузь А. Н. Введение в механику нанокompозитов / А. Н. Гузь, Я. Я. Рушицкий, И. А. Гузь. – К.: Академперіодика, 2010. – 398 с.

Селіванов Михайло Федорович, старший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук,
 Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;
 e-mail: mfs@ukr.net
 Чорноіван Юрій Олексійович, старший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук,
 Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;
 e-mail: yurchor@ukr.net

РОЗВИТОК ДИСКОПОДІБНИХ ТРІЩИН НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ У ТВЕРДОМУ РАКЕТНОМУ ПАЛИВІ

Типове тверде ракетне паливо є композитним матеріалом, що складається з окисника, власне палива та полімерного сполучника [1, 2]. Експериментально встановлено, що за широкого діапазону експлуатаційних температур це паливо проявляє в'язкопружні властивості. Експериментальне вивчення цих властивостей може бути виконано за допомогою дослідів на динамічну в'язкопружність.

За припущення про ізотропність та лінійність поведінки ракетного палива як в'язкопружного матеріалу залежність між деформаціями та напруженнями у ньому можна описати так:

$$\varepsilon = 1 / E^* \cdot \sigma = 1 / E_0 \cdot (1 + R^*) \sigma, \quad (2)$$

де ε – поздовжня деформація, σ – напруження, E_0 – миттєвий модуль пружності, R^* – інтегральний оператор Вольтерра вигляду $R^* \sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau$. Оскільки з експериментів відомо, що повзучість матеріалу ракетного палива є обмеженою, зручно скористатися для опису його властивостей ядром Работнова. Результати наближення експериментальних даних з роботи [2] за рівнянням (1) (суцільна крива) наведено на Рис. 1.

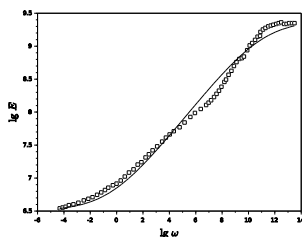


Рис. 1

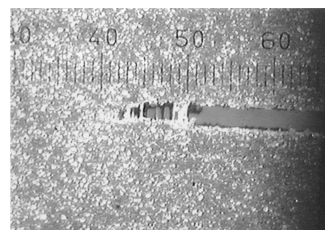


Рис. 2

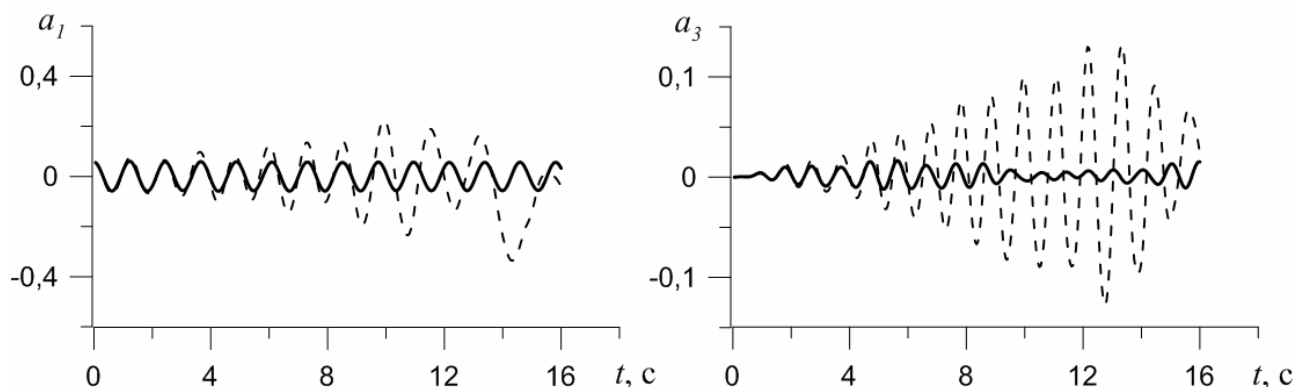
Оскільки експериментальні дані свідчать про наявність чітко вираженої зони передруйнування поблизу вершин тріщин у ракетному паливі (Рис. 2), можливе використання методик дослідження поширення тріщин у в'язкопружних матеріалах, які викладено у роботі [3]. Ці методики надають змогу визначити характеристики тріщиностійкості масиву ракетного палива за різних експлуатаційних температур, що уможливорює оцінку термінів придатності ракет та визначення рекомендацій щодо їхнього зберігання.

1. Ho S. Y. Viscoelastic response of solid rocket motor components for service life assessment // Journal of materials science. – 1997. – Vol. 32. – P. 5155—5161.
2. Brzić S. Viscoelastic properties of composite rocket propellants based on hydroxyl-terminated poly(butadiene) and isophorone diisocyanate polyurethane / S. Brzić, B. Popović, M. Tomić // Proceedings of the 5th International Scientific Conference on Defensive Technologies. – 2012. – P. 345–349.
3. Каминский А. А. Разрушение вязкоупругих тел с трещинами / А. А. Каминский – К.: Наук. думка, 1990. – 310 с.

ВПЛИВ ВИТІКАННЯ РІДИНИ НА ДИНАМІКУ КУТОВОГО РУХУ РЕЗЕРВУАРУ З РІДИНОЮ

Розглянуто задачу руху циліндричного резервуару з рідиною, що має вільну поверхню, на маятниковому підвісі в сумісній постановці. До початку руху резервуар є відхиленим від положення рівноваги на деякий кут, вільна поверхня рідини є горизонтальною. Під час руху системи відбувається рівномірне витікання рідини через дно резервуара за заданим законом $H = H_0 + t\Delta H$, де t – час, H – рівень заповнення рідини в резервуарі, віднесений до радіусу основи резервуару R (індекс "0" відповідає початковому стану рідини), ΔH – швидкість зміни рівня рідини. Вважається, що витікання рідини є однорідним, тобто локальними ефектами витікання знехтувано.

Доповідь присвячена вивченню впливу витікання рідини на динаміку сумісного руху системи циліндричний резервуар–рідина на маятниковому підвісі. Побудова розв'язку задачі проводиться на базі варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського із застосуванням методів аналітичної та нелінійної механіки [1]. При сталій масі рідини рух системи подібний до лінійного на малих довжинах маятникового підвісу [2]. Тому було проведено дослідження руху системи з витіканням при довжині маятникового підвісу $0,1R$, що знаходиться в діапазоні коротких підвісів. Як було встановлено, наявність витікання рідини призводить до зростання внеску нелінійних механізмів в систему, що проявляється, зокрема, в збільшенні амплітуд хвильового руху на вільній поверхні рідини порівняно з випадком зі сталою масою рідини. Зокрема, суттєвого збурення (до $0,15R$ порівняно з $0,01R$ в задачі без витікання) зазнає перша вісесиметрична форма коливань рідини. На малюнку проілюстровано хвильовий рух на вільній поверхні рідини для випадку з витіканням (пунктирна лінія) та без витікання (суцільна лінія). Дослідження, проведені для різних рівнів початкового заповнення резервуару, показують, що прояви нелінійностей спостерігаються за наявності витікання рідини у всіх випадках, незалежно від величини початкового заповнення, тобто вказаний ефект не пояснюється безпосередньо зниженням рівня рідини до певного граничного значення, а обумовлений наявністю витікання як такого.



1. Limarchenko O. S., Matarazzo G., Yasinskiy V. V. Dynamics of rotating structures with liquid / O. S. Limarchenko, G.Matarazzo, V. V. Yasinskiy. – Kiev: Gnosis, 2002. – 304 p.
2. Семенович К. О. Сумісний рух резервуара на маятниковому підвісі і рідини при імпульсному збудженні / К. О. Семенович, О. С. Лимарченко // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2013. – № 2. – С. 67–70.

Семенюк Микола Павлович, доктор техн. наук, професор,
Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;
Трач Володимир Мирославович, доктор техн. наук, професор,
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна;
Подворний Андрій Володимирович, кандидат техн. наук, доцент,
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна;
e-mail: a.v.podvorny@nuwm.edu.ua

СТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ АНІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНОК ПІД ДІЄЮ ЗСУВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ В ТРИВИМІРНІЙ ПОСТАНОВЦІ

Розрахункам на стійкість тонких, середньої товщини чи товстих оболонок, що виготовлені з ізотропних чи ортотропних матеріалів присвячена обширна література. До ортотропних оболонок деякі автори відносять оболонки, що виготовлені з волокнистих композитів, укладених на оправку. Однак матеріал таких конструкцій лише у власних осях є ортотропним. Але після укладання він стає анізотропним з властивостями матеріалу з однією площиною пружної симетрії. Виникнення такого виду анізотропії пов'язано з неспівпадінням напрямків ортотропії волокнистого матеріалу з координатними лініями оболонкової конструкції.

Питання стійкості тонких анізотропних оболонок досліджувалось багатьма вченими, а найбільш ґрунтовно вони вивчені в монографії [1]. Однак, все ще значна кількість проблем встановлення параметрів стійкості оболонок, так званої, середньої товщини та товстих, ще, на наш погляд, недостатньо з'ясовані. А тому такі розрахунки є актуальними та мають не лише наукове, а й прикладне значення [2].

В доповіді представлено дослідження стійкості товстостінних анізотропних композитних циліндричних оболонок з матеріалу з однією площиною пружної симетрії, що знаходяться в полі дії зсувного навантаження, що еквівалентне зовнішньому крутному моменту.

Розглядаються пружні циліндричні оболонки віднесені до циліндричної системи координат r, z, θ . Осі z та θ якої співпадають з лініями головних кривин конструкції, r – нормальна координата або радіус циліндра, що не залежить від z та θ . Анізотропія матеріалу обумовлена поворотом головних напрямків пружності матеріалу відносно осі z , прийнятої системи координат.

Розв'язуючі рівняння стійкості, отримані на основі статичного критерію Ейлера, спираючись на рівняння рівноваги та залежностях між лінійними й кутовими деформаціями та переміщеннями [3].

Докритичні значення напружень, що представлені у рівняннях стійкості, задаються за умови однорідності докритичного напруженого стану за довжиною твірної циліндричної оболонки при використанні закону Гука. При цьому враховано, що до моменту втрати стійкості оболонка деформується зберігаючи незмінність довжини вздовж твірної.

Розв'язок задачі стійкості реалізується уздовж твірної та коловою координатою методом Бубнова-Гальоркіна, а за товщиною оболонки методом дискретної ортогоналізації. Можливості пропонованої методики представлені прикладами розрахунку на стійкість анізотропної циліндричної оболонки при дії крутного моменту.

1. Баженов В.А. Нелінійне деформування, стійкість і закритична поведінка анізотропних оболонок / Баженов В.А., Семенюк М.П., Трач В.М. – К.: Каравела, 2010.–352с.
2. Гузь А.Н. Пространственные задачи теории упругости и пластичности. Т.4. Трехмерная теория устойчивости деформируемых тел. / Гузь А.Н., Бабич И.Ю. – Киев: Наук. думка, 1985. – 280с.
3. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – Л.-М.: ОГИЗ, 1948.-211с.

Semkiv, Mykhailo, PhD (Mechanical Engineering)
Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands,
Dutch Polymer Institute (DPI), PO box 902, 5600 AX, Eindhoven, The Netherlands
e-mail: mishasemkiv@gmail.com
Hütter, Markus, dr. sc. nat, Associate Professor
Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands,
e-mail: m.huetter@tue.nl

TWO-TEMPERATURE THERMODYNAMICS FOR AGING AND MECHANICAL REJUVENATION OF AMORPHOUS SOLIDS

This work is concerned with the systematic study of the elasto-viscoplasticity of amorphous solids with a focus on physical aging and mechanical rejuvenation. The mechanical properties of amorphous solids, i.e. structural glasses, depend on their processing. Specifically, the amorphous system, rapidly quenched to temperatures below its glass transition temperature, is manifestly in an out-of-equilibrium thermodynamic state, and is moving slowly toward the equilibrium state. With this dynamics, called physical aging, mechanical properties change in time. For the formal description, the concept of two thermal subsystems, namely a kinetic and a configurational one, is considered [1-3]. In this approach the configurational degree of freedom is introduced to represent the slow internal structural relaxation dynamics of amorphous solids, in contrast to the fast one described by the kinetic degree of freedom.

Making use of a nonequilibrium thermodynamics framework in the form of the General Equation for the Non-Equilibrium Reversible-Irreversible Coupling (GENERIC) [4-6], evolution equations for the physical quantities of interest have been derived [7, 8]. An essential part of using the GENERIC framework is that we can derive in a thermodynamic proper way constitutive expressions for the Cauchy stress tensor and the plastic-flow rule. Moreover, it was shown that the two thermal degrees of freedom, i.e. the kinetic and the configurational one, are thermodynamically coupled (i) in the reversible dynamics (this manifestly gives rise a hypoelastic contribution to the Cauchy stress tensor); (ii) in the irreversible dynamics through the plastic-flow rule and mechanical rejuvenation. Finally, the proposed model has been compared in detail with other models in the literature [8].

Acknowledgment: This research forms part of the research program of the Dutch Polymer Institute (DPI), project no. EU-FP-001 COMPANOCOMP.

1. Tool, A. Q. Relaxation of Stresses in Annealing Glass // J. Res. Natl. Bur. Stand. (US) – 1945. – Vol. 34. – P.199-211.
2. Kamrin, K., Bouchbinder, E. Two-Temperature Continuum Thermomechanics of Deforming Amorphous Solids // J. Mech. Phys. Solids. – 2014. – Vol. 73. – P. 269-288.
3. Xiao, R., Nguyen, T. D. An Effective Temperature Theory for the Nonequilibrium Behavior of Amorphous Polymers // J. Mech. Phys. Solids. – 2015. – Vol. 82. – P. 62-81.
4. Grmela, M., Öttinger, H. C.: Dynamics and Thermodynamics of Complex Fluids. I. Development of a General Formalism // Phys. Rev. E. – 1997. – Vol. 56. – P. 6620-6632.
5. Öttinger, H. C., Grmela, M. Dynamics and Thermodynamics of Complex Fluids. II. Illustrations of a General Formalism // Phys. Rev. E. – 1997. – Vol. 56. – P. 6633-6655.
6. Öttinger, H. C. Beyond Equilibrium Thermodynamics. Wiley, Hoboken, 2005.
7. Semkiv, M., Hütter, M. Modeling Aging and Mechanical Rejuvenation of Amorphous Solids // J. Non-Equil. Thermodyn. – 2016. – Vol. 41 (2). – P. 79-88.
8. Semkiv, M., Anderson, P. D., Hütter, M. Two-Subsystem Thermodynamics for the Mechanics of Aging Amorphous Solids // Continuum Mech. Therm. – 2017. – Vol. 29 (2). – P. 647-663.

Середницька Христина Ігорівна, кандидат фіз.-мат. наук,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
 Україна;
 e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua
 Мартиняк Ростислав Михайлович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
 Україна;
 e-mail: ser.kristina@gmail.com

ТЕПЛОВА ПРОВІДНІСТЬ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ В БІМАТЕРІАЛІ З НУЛЬОВИМ ПАРАМЕТРОМ ДАНДЕРСА

Використання композитних матеріалів в сучасній техніці зумовлює науковий інтерес до дослідження міжфазних тріщин в різномірних тілах. В літературі розв'язано низку задач теплопровідності, термопружності, електропружності, п'єзоелектропружності для біматеріальних тіл з урахуванням теплової та електричної провідності міжфазних тріщин. Зокрема, досліджено передачу тепла між поверхнями тріщини на основі моделі ідеальнопровідного або частково провідного заповнювача. Водночас, теплопередача через заповнювач, термоопір якого змінюється в процесі навантаження, практично не досліджувалася. Дана доповідь присвячена вивченню розподілу потоку тепла через міжфазну лінію біматеріалу з нульовим параметром Дандерса з урахуванням змінної теплопровідності заповнювача міжфазної тріщини.

Розглядаємо біматеріальну площину, компоненти якої D_1 і D_2 наділені різними коефіцієнтами теплопровідності λ_1 , λ_2 , коефіцієнтами лінійного теплового розширення α_1 , α_2 , коефіцієнтами Пуассона ν_1 , ν_2 , модулями зсуву G_1 , G_2 . Вважаємо, що пружні сталі компонент біматеріалу зв'язані співвідношенням $(1-2\nu_1)G_2 = (1-2\nu_2)G_1$, тобто параметр Дандерса біматеріалу рівний нулю. На лінії з'єднання півплощин розташована міжфазна тріщина завдовжки $2a$ (рис.1). На нескінченності у напрямку, перпендикулярному до міжфазної лінії, площа піддана дії однорідних розтягувальних зусиль інтенсивності p і стаціонарного однорідного теплового потоку густини q .

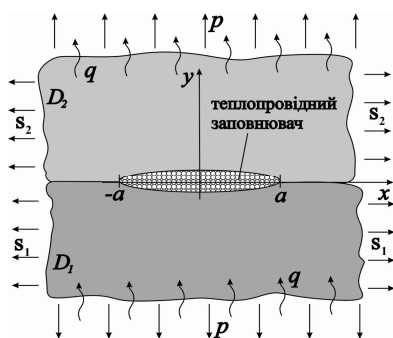


Рис. 1

Порожнина тріщини заповнена теплопровідним середовищем з коефіцієнтом теплопровідності λ_c . Вплив заповнювача на теплопередачу між берегами тріщини моделюємо змінним в процесі навантаження термоопором [1], який пропорційний розкриттю тріщини $h(x)/\lambda_c$. Задачу термопружності з використанням методу комплексних потенціалів зведено до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно розкриття тріщини та стрибка температури між її берегами. Для розв'язування отриманої системи запропоновано аналітично-числову ітераційну процедуру [1]. На основі побудованого розв'язку задачі термопружності досліджено розподіл компонент вектора теплового потоку на міжфазній лінії на ділянці тріщини та поза нею. Проаналізовано залежності нормальної та дотичної складової вектора теплового потоку від термомеханічного навантаження та коефіцієнта теплопровідності заповнювача.

1. Мартиняк Р.М., Середницькая Х.И. Термоупругость кусочно-однородного тела с межфазной теплопроницаемой трещиной // Теорет. и прикладная механика. – 2012. – Вып. 4 (50). – С. 91-98.

Слободян Микола Степанович, канд. фіз.-мат. наук, доцент,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
 e-mail: slobkolia@gmail.com;
 Матулка Мар'яна Іванівна, аспірант,
 Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
 e-mail: maryana.matulka@gmail.com;
 Білаш Оксана Вікторівна, викладач, канд. екон. наук,
 Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, Україна

ДВОСТОРОННІЙ РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ ТА РАДІАЛЬНОЮ ТРІЩИНОЮ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН ПОБЛИЗУ ЇЇ ВЕРШИН

У роботі досліджено задачу про двосторонній розтяг безмежної ізотропної пластини завтовшки $2h$ з круговим отвором радіуса R та радіальною прямолінійною тріщиною завдовжки $2l$. Межа кругового отвору та береги тріщини вільні від зовнішнього навантаження. Вважається, що під дією рівномірно розподіленого розтягуювального навантаження на нескінченності P_1 і P_2 (див. рис. 1) біля вершин тріщини утворилися пластичні зони завдовжки w_1 і w_2 . У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат Ox_0z_0 з початком у центрі кругового отвору, направивши вісь Ox_0 вздовж тріщини, а вісь Oz_0 перпендикулярно до неї, та полярну систему координат з центром у точці O та полярною віссю Ox , а в центрі тріщини видеремо декартову систему координат $O_1x_1y_1$. Межу кругового отвору позначимо через L , лінію, де розміщена тріщина – L_1 , пластичні зони – L'_1 і L''_1 , відстань між центром отвору та центром тріщини – x_0 ; $\tilde{L}_1 = L_1 \cup L'_1 \cup L''_1$.

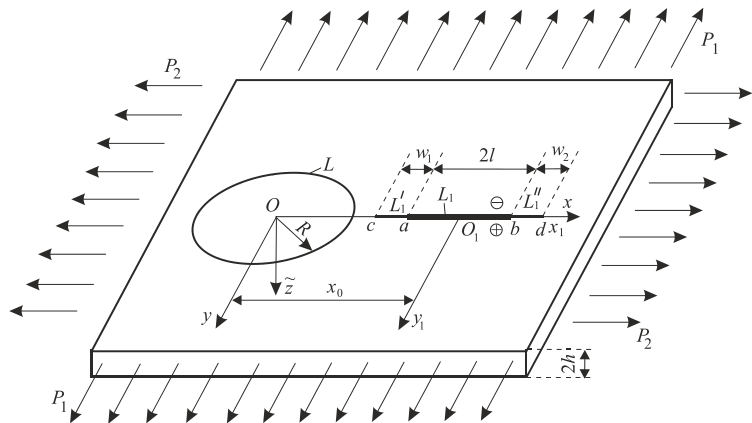


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщини

Розв'язок задачі будемо будувати за таких крайових умов:

$$\sigma_{rr} = 0, \sigma_{r\theta} = 0, t \in L;$$

$$\sigma_{x_1y_1}^{\pm} = 0, x_1 \in \tilde{L}_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = 0, x_1 \in L_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(1)}, x_1 \in L'_1; \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(2)}, x_1 \in L''_1,$$

де $\sigma_{x_1y_1}$, $\sigma_{y_1y_1}$, σ_{rr} і $\sigma_{r\theta}$ – компоненти тензора напружень відповідно у декартовій та полярній системі координат; $\sigma_0^{(1)}$ і $\sigma_0^{(2)}$ – невідомі нормальні напруження у пластичних зонах, для яких виконуються умови пластичності Мізеса у вигляді поверхневого шару чи пластичного шарніру.

Із використанням комплексних потенціалів плоскої задачі, розв'язок сформульованої задачі зведений до задач лінійного спряження, на основі яких отримано інтегральне рівняння на берегах тріщини та пластичних зонах, а крайові умови на межу кругового отвору вдалося задовольнити аналітично. Проведено числовий аналіз довжин пластичних зон при різних параметрах задачі, на основі якого побудовано відповідні графічні залежності.

Соловійова Олена Миколаївна, викладач, кафедра прикладної математики,
Харківський національний політехнічний університет (ХПІ), Харків, Україна,
e-mail: helenfilippova@yahoo.co.uk
Кізілова Наталія Миколаївна, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: n.kizilova@gmail.com

ДИСПЕРСІЯ ХВИЛЬ У ЗАПОВНЕНИХ РІДИНОЮ ТРУБКАХ ІЗ В'ЯЗКОПРУЖНОГО БІОАКТИВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розповсюдження хвиль по заповнених рідиною піддатливим трубкам вивчається у зв'язку з задачами розповсюдження та відбиття пульсових хвиль по артеріальним судинам [1]. Теорія хвильових течій по артеріях була розвинена Womersley в 1950-х, а лінійна теорія хвиль в артеріях була розвинена в працях J. Lighthill'a. Отримані співвідношення для швидкості розповсюдження малих збурень, хвильової провідності та коефіцієнта відбиття хвиль мають місце лише для пасивного матеріалу, в той час як стінки артерій проявляють різні типи біоактивної поведінки [2]. Завдяки наявності в стінці гладких м'язів артерія може зменшувати/збільшувати площу перетину та збільшувати/зменшувати товщину і жорсткість стінки у відповідь на підвищення/пониження локального тиску (реакція Бейліса) та на підвищення/пониження напруження зсуву на стінці (механогенна реакція) [3]. Крім того, по стінках може проходити біжуча хвиля, яка сприяє течії крові до внутрішніх органів та тканин (вазомотії). Всі типи біоактивності приводять до зміни швидкостей розповсюдження хвиль, а також розподілу тисків і швидкостей кровотоку. В даній роботі вивчається вплив біоактивності на розповсюдження хвиль в рідині та в стінці, а також їх взаємодія.

Розглядається розповсюдження осесиметричних хвиль в заповненій рідиною товстостінній трубці кругового перетину зі змінним радіусом і товщиною стінки. Постановка задачі базується на рівняннях Нав'є–Стокса для нестисливої рідини та рівняннях для в'язкопружного матеріалу з узагальненим реологічним співвідношенням Кельвіна–Фойхта

$$\tau_1 \frac{d}{dt} \hat{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} = F(\hat{\sigma}) \hat{J} + \tau_2 \frac{d}{dt} \hat{\sigma} + \hat{\Lambda}(p, I_{2e}),$$

де $\hat{\sigma}$ та $\hat{\varepsilon}$ – тензори напружень та деформацій матеріалу стінки, $F(\hat{\sigma})$ – експериментальна залежність, яка відповідає пасивній стінці, $\hat{J}$ – одиничний тензор, $\tau_{1,2}$ – часи релаксації напружень та деформацій, $\hat{\Lambda}$ – функція біоактивності, p – гідростатичний тиск у рідині, I_{2e} – другий інваріант тензору швидкостей деформацій.

Отримано розв'язок зв'язаної задачі гідропружності у вигляді нормальних мод та дисперсійне співвідношення. Чисельні розрахунки проведені з використанням параметрів моделі, які відповідають фізіологічній нормі та ряду захворювань (гіпертонія, атеросклероз, тахікардія). Обговорюються застосування моделі для удосконалення клінічної діагностики.

1. Гринченко В.Т., Комиссарова Г.Л. Распространение волн в полом упругом цилиндре с жидкостью / В. Т. Гринченко, Г. Л. Комиссарова // Прикладная механика. – 1984. – Т. 20, № 1. – С. 21–26.
2. Регирер С. А. Шадрин Н. Х. Элементарная модель сосуда со стенкой, чувствительной к механическим стимулам / С. А. Регирер, Н. Х. Шадрин // Биофизика. – 2002. – Том. 47, № 5. – С. 908–913.
3. Філіппова О. М., Кізілова Н.М. Дослідження руху в'язкої рідини у в'язкопружній камері з біоактивного матеріалу / О. М. Філіппова, Н. М. Кізілова // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2015. – Спецвипуск. – С.277–282.

Timokha, Alexander N., Corresponding Member of NASU, Dr. habil., Professor, Leading Researcher,
Institute of Mathematics of NASU, Kiev, Ukraine,
Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway,
e-mail: atimokha@gmail.com, alexander.timokha@ntnu.no;
Raynovskyy, Ihor A., PhD Student,
Institute of Mathematics of NASU, Kiev, Ukraine,
e-mail: ihor.raynovskyy@gmail.com

RESONANT STEADY-STATE SLOSHING IN UPRIGHT TANKS PERFORMING A THREE-DIMENSIONAL PERIODIC MOTION

Inviscid incompressible liquid with irrotational flow is assumed. The liquid partly fills a rigid upright tank (circular, annular or square base shape). The tank performs an arbitrary small-amplitude *three-dimensional periodic sway-surge-pitch-roll* motion. The forcing period is close to the highest natural sloshing period, which attributes the two lowest (degenerate) natural sloshing modes for the considered tank shapes. The mean liquid depth-to-tank breadth ratio is relatively large to avoid the secondary resonance phenomena expectable for the small (shallow) liquid depths.

An asymptotic analysis shows that the resonant liquid sloshing due to these three-dimensional periodic excitations is, within to the higher-order terms, similar to that produced by an auxiliary horizontal harmonic tank forcing of either reciprocating or elliptic type. The first (reciprocating = longitudinal forcing) case is well elaborated in the literature for the upright circular/annular tank. The steady-state sloshing regimes due to oblique (here, = reciprocating) harmonic excitations of a square base tank were also classified [1,ch.9; 2]. The surface waves are of either planar/diagonal, squares-like or swirling (angularly propagating) type. Irregular (chaotic) waves in certain frequency ranges are also possible. Against this background, classification of the steady-state resonant sloshing due to the elliptic-type forcing is a *challenge*. The purely elliptic harmonic forcing is relevant, e.g., for a fuel rocket and the pendulum-slosh problem.

We adopt the Narimanov-Moiseev asymptotic multimodal sloshing theory and analytically derive its asymptotic periodic solution for the elliptic-type forcing. By using this solution, the response curves are drawn and analyzed *versus* the major axis direction and the ratio between the minor and major axes of the excitation ellipse. Swirling and almost-standing waves, stability and effective frequency ranges of these waves are examined. A special attention is paid to the rotary (circular) excitations that may lead, according to the famous Prandtl experiments, to a rotary steady stream, which cannot be described within the framework of a potential flow theory. Clarifying this phenomenon may need a generalization of laminar flow theories with a steady-streaming.

Neglecting the linear boundary-layer viscous damping is theoretically justified for containers of the land- and marine-based applications whose dimensions count in meters. However, the linear damping may matter for laboratory containers. Because the laboratory model tests are a common for validations, the aforementioned undamped steady-state sloshing results are generalized by inserting the corresponding linear damping terms [1,ch.6] into the Narimanov-Moiseev theory.

1. Faltinsen, O.M. Sloshing / O.M. Faltinsen, A.N. Timokha.— Cambridge University Press, 2009.— 678 pp.
2. Faltinsen, O.M. Resonant sloshing in an upright annular tank // O.M. Faltinsen, I.A. Lukovsky, A.N. Timokha // Journal of Fluid Mechanics.— 2016.— Vol. 804.— P. 608-645

Токовий Юрій Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, провідний науковий співробітник,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна, e-mail: tokovyy@iapmm.lviv.ua;
Чиж Анатолій Ігорович, математик 1-ї кат.,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
Україна, e-mail: chyzh_tolik@ukr.net

ОСЕСИМЕТРИЧНІ НАПРУЖЕННЯ В РАДІАЛЬНО-НЕОДНОРІДНОМУ ПРУЖНОМУ ЦИЛІНДРІ ЗА ЗМІННОГО ВЗДОВЖ ЙОГО ТВІРНОЇ ТЕПЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Термомеханічна поведінка елементів конструкцій, виготовлених з неоднорідних матеріалів є однією з найбільш широко досліджуваних проблем механіки деформівного твердого тіла в останні десятиліття. Серед великої кількості досліджуваних тіл, тіла обертання, зокрема – суцільні та порожнисті циліндри, привертають велику увагу дослідників, оскільки, з одного боку, тіла такої форми знаходять широке застосування у техніці та промисловості, а з іншого – властивість симетрії, притаманна їх формі, дає можливість понизити розмірність відповідних задач механіки без зменшення загальності, що безумовно спрощує розробку та верифікацію аналітичних та числових методів дослідження механічної поведінки відповідних тіл. Переважна більшість досліджень пружної поведінки радіально-неоднорідних циліндричних тіл ґрунтується на використанні гіпотез про плоский напружений чи деформований стани [1]. Випадок, коли напружений стан залежить від осової координати вивчений значно гірше, що можна пояснити складнішою, у порівнянні з плоским випадком, системою ключових рівнянь [2]. У цій доповіді запропоновано підхід до побудови точних аналітичних розв'язків осесиметричних задач термопружності для довгого суцільного циліндра, термомеханічні властивості якого є довільними функціями радіальної координати, за змінного за осовою координатою температурного навантаження бічної поверхні. З використанням методу безпосереднього інтегрування [2, 3] для визначення температурного поля отримано інтегральне рівняння другого роду, для розв'язання якого розроблено числову (з використанням методу квадратур), аналітико-числову (з використанням методу послідовних наближень) та аналітичну (з використанням методу резольвентного ядра) методики. Використання останньої дає можливість визначити температуру через задані температурні навантаження у явному вигляді. Розрахунок відповідних температурних напружень здійснюється шляхом розв'язання системи ключових рівнянь суцільності, до яких зводиться задача за допомогою методу [2, 3]. Отриманий розв'язок має вигляд явної функціональної залежності від навантажуючих факторів і може бути використаний як для безпосереднього обчислення напруженого стану в радіально-неоднорідних циліндрах, так і для верифікації числових та аналітично-числових методів розв'язування даної чи аналогічних задач. Розрахунок напруженого стану проілюстровано для випадку заданого на бічній поверхні циліндра локального (у тому числі – кусково-сталого) розподілу температури.

1. Tokovyy Y. V., Ma, C.-C. Thermal stresses in anisotropic and radially inhomogeneous annular domains / Y. V. Tokovyy, C.-C. Ma // J. Therm. Stresses. – 2008. – **31**, N. 9. – P. 892 - 913.
2. Vihak V. M. Exact solution of the axisymmetric thermoelasticity problem for a long cylinder subjected to varying with-respect-to-length loads / V. M. Vihak, A. V. Yasinsky, Y. V. Tokovyy, A. V. Rychahivsky // J. Mech. Behavior Materials. – 2007. – **18**, N. 2. – P. 141-148.
3. Tokovyy Y. Axisymmetric stresses in an elastic radially inhomogeneous cylinder under length-varying loadings / Y. Tokovyy, C.-C. Ma // J. Applied Mechanics. – 2016. – **83**. – P. 111007-1-7.

Трач Володимир Мирославович, доктор технічних наук, професор,
Warsaw University of Life Sciences, Poland;
Хоружий Микола Миколайович, магістр, асистент,
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна,
e-mail: xorpm@ukr.net;
Панчук Олександр Юрійович, магістр, докторант,
Warsaw University of Life Sciences, Poland

СТІЙКІСТЬ НЕТОНКИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНЬОГО РІВНОМІРНОГО ТИСКУ

Оболонкові конструкції у вигляді конусів широко застосовуються в суднобудуванні, авіабудуванні, приладобудуванні, ракетній техніці, будівництві, машинобудуванні та в багатьох інших галузях промисловості. Використання композиційних матеріалів дозволяє посилити одне з головних їхніх переваг - поєднання легкості з високою міцністю. При проектуванні тонкостінних оболонкових конструкцій одним з основних кроків є розрахунок на стійкість.

Дослідженню стійкості ізотропних і ортотропних оболонок у літературі присвячено значну кількість робіт. Анізотропні оболонки виготовляються, як правило, методом намотування або викладки на оправлення окремих композитних шарів, що мають незначну товщину. Це дозволяє вважати, що найнижчий рівень симетрії матеріалу таких шарів складає наявність однієї площини, в якій механічні властивості симетричні. Дослідження стійкості тонких анізотропних оболонок із матеріалу що має площину пружної симетрії детально представлено в монографії [1]. В роботі, на основі нелінійної теорії, що використовує гіпотези Кірхгофа-Лява, викладені методика розрахунку та результати дослідження стійкості анізотропних оболонок обертання нульової, додатної та від'ємної гаусових кривин.

Проте, залишається ще досить значна кількість нез'ясованих питань щодо стійкості нетонких анізотропних оболонок. Відомо, що для розрахунку таких конструкцій треба використовувати уточнені теорії, найбільшого використання серед яких набула уточнена теорія, заснована на гіпотезах С. П. Тимошенка.

У статті представлено підхід до розрахунків на стійкість нетонких анізотропних оболонок, які виготовлені із матеріалу, що має площину пружної симетрії, на основі уточненої теорії типу Тимошенка.

Для побудови рівнянь, за допомогою яких визначається критичний стан оболонок, пов'язаний з явищем біфуркації, використана канонічна система рівнянь нелінійного деформування симетрично завантажених нетонких анізотропних оболонок.

Задача статичної стійкості симетрично завантаженої пружної анізотропної оболонки обертання зведена до системи з десяти звичайних однорідних диференціальних рівнянь у нормальній формі із змінними коефіцієнтами і однорідними граничними умовами.

Методика розв'язку, розглядуваної крайової задачі, базується на чисельному методі дискретної ортогоналізації. Чисельна методика розрахунку поставленої задачі реалізована у вигляді пакету програм для ПК.

Для представлення запропонованої методики розглянута задача про розрахунок стійкості шарнірно закріпленої конічної оболонки, що виготовлена із боропластика. До оболонки прикладений зовнішній рівномірно розподілений тиск. Результати розрахунків представлені у вигляді графіків, що ілюструють залежність величини критичного значення зовнішнього тиску від зміни кута намотки композиту та товщини оболонки.

1. Баженов В. А., Семенюк М. П., Трач В. М. Нелінійне деформування, стійкість і закритична поведінка анізотропних оболонок. – К.: Каравела, 2010. – 352 с.

Турчин Ігор Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
 ЛНУ імені Івана Франка, Львів, Україна; ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАНУ, Львів, Україна
 e-mail: ihorturchyn@gmail.com;
 Хома Василь Володимирович, аспірант механіко-математичного факультету,
 ЛНУ імені Івана Франка, Львів, Україна,
 e-mail: vasul_kum@ukr.net ;

НЕСТАЦІОНАРНА ЗМІШАНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ПІВБЕЗМЕЖНОГО ЦИЛІНДРА ІЗ ПОКРИТТЯМ

Розглядається півбезмежний неоднорідний циліндр, що складається із суцільного циліндра радіуса R_1 та нанесеного покриття у формі порожнистого циліндра із зовнішнім радіусом R_2 . З моменту часу $t = 0$ циліндр миттєво занурюється на глибину L в середовище, що має сталу температуру T^* . Нехтуючи процесом теплопровідності в середовищі та приповерхневими явищами біля границі циліндра будемо вважати, що в результаті цього занурення на торцевих поверхнях циліндра та покриття, а також на частині бічної поверхні зовнішнього циліндра вважається заданим часовий розподіл температури $T_c(t) = T^*(1 - \exp(-t_0 t))$, де t_0 – величина розмірності $[1/\text{сек}]$, яка визначає час стабілізації температури на граничних поверхнях циліндра. Зовні ділянки $0 \leq z \leq L$ на поверхні покриття відбувається теплообмін за законом Ньютона із середовищем нульової температури. Вважається, що початкова температура неоднорідного циліндра рівна нулю, а на поверхні поділу його матеріалів виконуються умови ідеального теплового контакту.

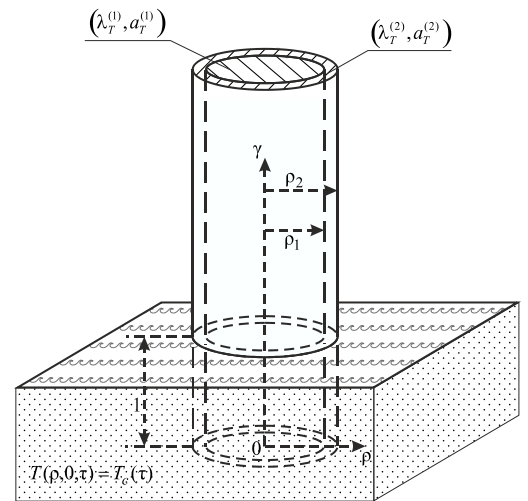


Рис. 1.

Розв'язок задачі, подібно до [1], будується із використанням інтегрального перетворення Лагерра за часовою змінною та інтегрального перетворення Фур'є за змінною $\gamma = z/L$. В результаті одержано послідовності звичайних диференціальних рівнянь, в яких враховано умови на торцевій поверхні $\gamma = 0$. Побудовано загальний розв'язок цих послідовностей у вигляді алгебричної згортки. Урахування змішаних крайових умов на бічних поверхнях покриття проводиться із використанням методу рядів Неймана [2]. Після урахування умов ідеального теплового контакту між покриттями та основою та змішаних умов на поверхні покриття одержано послідовності безмежних систем лінійних алгебричних рівнянь. Обґрунтовується збіжність методу редукції одержаних систем. Остаточний розв'язок вихідної задачі теплопровідності подається у вигляді ряду за поліномами Лагерра.

За результатами числового експерименту проводиться аналіз точності задовольняння крайових умов, залежно від утримання членів в рядах за поліномами Лагерра та редукції безмежних алгебричних систем рівнянь, а також особливості нестационарного процесу поширення тепла в таких об'єктах.

1. Колодій Ю.О. Змішана нестационарна задача теплопровідності для півбезмежної плити з двостороннім покриттям/ Ю.О. Колодій, І.М. Турчин, В.В. Хома // Вісник КНУ ім. Т. Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. – 2015. – Спецвипуск. – С. 119-124.

ВПЛИВ СТОРОННЬОГО СТРУМУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Задача про вплив стороннього струму на напружено-деформований стан ортотропної циліндричної оболонки з ортотропної електропровідністю є актуальною як з теоретичної так і з практичної точки зору. Маючи уявлення про поведінку оболонки в магнітному полі при дії стороннього струму ми можемо оптимізувати її напружено-деформований стан. Тим самим уникнути руйнування елемента конструкції, а отже і збільшити несучу здатність конструкції в цілому.

Дана робота присвячена дослідженню впливу стороннього струму на напружено-деформований стан ортотропної циліндричної оболонки, яка знаходиться в нестационарному магнітному полі. Проведено аналіз її напружено-деформованого стану при різних значеннях величини стороннього струму.

Розглядаємо гнучку ортотропну циліндричну оболонку змінної товщини з ортотропною електропровідністю. Припускаємо, що оболонка знаходиться під дією нестационарного механічного і електромагнітного впливів. Нехтуючи впливом процесів поляризації і намагнічування, а також температурними напруженнями, приймаємо, що до торця оболонки підводиться змінний електричний струм $J_{\theta\Omega}$ від зовнішнього джерела [1].

За координатну поверхню вибираємо серединну поверхню, яка віднесена до ортогональної криволінійної системи координат s, θ, γ . Координата γ відраховується по нормалі до координатної поверхні.

Розв'язувальна система будується в нормальній формі. У якості шуканих функцій вибираються компоненти електромагнітного і механічного полів

$$u, w, \vartheta_s, N_s, Q_s, M_s, B_\gamma, E_\theta$$

Де u, w – переміщення; ϑ_s – кут повороту нормалі; N_s – нормальні зусилля; Q_s – поперечні зусилля; M_s – згинальний момент; B_γ – нормальна складова магнітної індукції; E_θ – дотична компонента напруженості електричного поля.

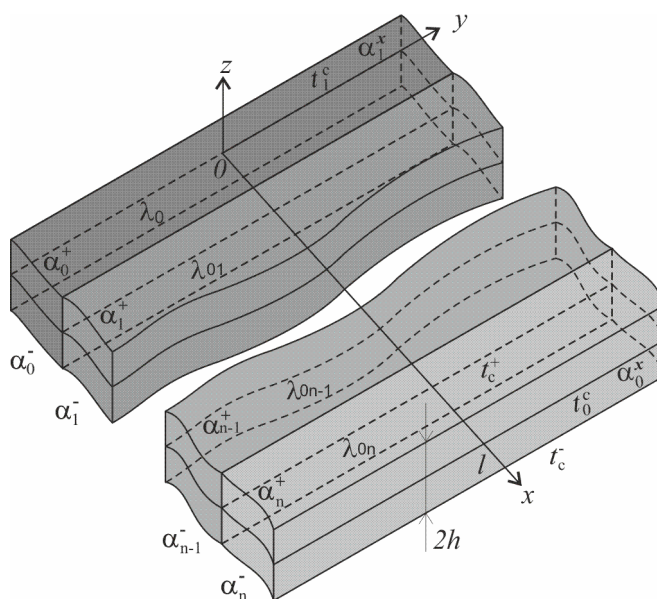
Крайові умови для електромагнітних параметрів задаються через компоненти електричного поля і через комбінацію компонент магнітного і електричного полів. При цьому початкові умови задаються в класичному вигляді.

Крайова задача розв'язується чисельно відповідно до методики, яка ґрунтується на основі послідовного застосування схеми Ньюмарка, методу квазілінеаризації та методу дискретної ортогоналізації [2].

1. Mol'chenko L.V. Influence of extraneous current on the stress state of an orthotropic ring plate with orthotropic conductivity / L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, L. M. Fedorchenko // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N 6. – P. 683 - 687.
2. Федорченко Л.М. Аналіз напружено-деформованого стану ортотропної циліндричної оболонки при різних способах закріплення контуру / Л.М. Федорченко, Я.О. Жук // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Фізико-математичні науки. – 2015. – Вип. №1. – С. 49–52.

ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ СКЛАДЕНИХ ПОЛОС-ПЛАСТИН ЗА ЗАЛЕЖНИХ ВІД КООРДИНАТИ КОЕФІЦІЄНТІВ ТЕПЛОВІДДАЧІ

Нерівномірний нагрів тонких складених полос-пластин зовнішнім середовищем зі значними перепадами температури може привести до зміни термічних властивостей їх матеріалу, зокрема до залежності коефіцієнтів тепловіддачі з поверхонь від координат. У зв'язку з цим при отриманні ключових рівнянь теплопровідності тонких складених полос-пластин при лінійному розподілі температури за товщиною пластинки та кусково-сталих коефіцієнтах тепловіддачі з її лицевих поверхонь одержуємо систему частково вироджених диференціальних рівнянь. Ефективне розв'язання крайових задач теплопровідності для полос-пластин за дії нерівномірного температурного навантаження при конвективному теплообміні з довкіллям пов'язане з труднощами, що потребує пошуку нових способів їх розв'язування.



У доповіді запропоновано рівняння теплопровідності для складених полос-пластин та спосіб зведення задачі теплопровідності для них при залежних від координати коефіцієнтах тепловіддачі та температурі зовнішнього середовища до розв'язання системи інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду.

На рисунку показано геометрію складених полос-пластин та всі необхідні позначення, які знадобляться при розв'язанні задачі теплопровідності. Як приклад розглядається задача теплопровідності для полоси-пластинки складеної з трьох елементів. Побудова розв'язку системи інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду проводиться чисельно за допомогою методу квадратурних формул [1, 2].

1. Подстригач Я. С. Термоупругость тонких оболочек / Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец. — К.: Наук. думка, 1978. — 344 с.
2. Коляно Ю. М. Нестационарное температурное поле в состыкованных пластинках / Ю.М. Коляно, В.С. Попович // Физика и химия обработки материалов. —1975. — № 5. С. 16 –23.

Hashemi, Mohammad, Ph. D. Student,
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Department of Theoretical and Applied Mechanics, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: moh.hashemi2013@gmail.com;
 Zhuk, Yaroslav, Dr. Sci., Prof.
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Department of Theoretical and Applied Mechanics, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: y.zhuk@i.ua;

THE EFFECTS OF TEMPERATURE ON THE CYCLIC PROPERTIES OF THE RANDOMLY ISOTROPIC NANOCOMPOSITE SYSTEM UNDER KINEMATIC HARMONIC LOADING

This investigation is concerned with determination effective inelastic properties of nanocomposite under monoharmonic loading by taking account of detailed micro-structural geometries and constitutive models of the constituents. The relations between the amplitudes of main field variables are established with making use of complex moduli concept [1]. Analysis of the complex moduli dependence on temperature and amplitude of strain intensity is performed. Cyclic response of epoxy resin *PR-520* reinforced by randomly orientation nanofiber of CNTs subjected to monoharmonic kinematic loading is investigated. To predict the inelastic behavior of the polymeric matrix, the Goldberg constitutive model is used [2]. According to this model, the rate of inelastic strain components can be expressed in terms of the deviatoric stress components as follows

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = 2D_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{Z}{\sigma_e}\right)\right)^{2n} \left(\frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} + \alpha\delta_{ij}\right), \quad \dot{Z} = q(Z_1 - Z)\dot{\varepsilon}_e^{in}, \quad \dot{\alpha} = q(\alpha_1 - \alpha)\dot{\varepsilon}_e^{in}.$$

The evolution of the internal stress state variable Z and the hydrostatic stress state variable α are defined by the equations above. In these equations, notations from paper [2] were adopted. Mechanical response of the inclusions is assumed to be predominantly elastic. Consequently, if the nanofiber is considered to be transversely isotropic, the stress strain relations can be represented as functions of the five Hill's parameters. The condition of load transfer in interface of inclusion and matrix is modeled by a displacement jump [2]. To describe the macroscopic properties of nanocomposite under cyclic loading, a linearized homogenization scheme for predicting nonlinear viscoelastic responses of composites reinforced by particles is proposed. In this scheme, the modified Mori-Tanaka approach was used. Using the result was found in above for the total average strain, the MT expression with considered interface effects for the case of randomly oriented inclusions is:

$$\hat{\mathbf{L}}^C = \left(V_0 \hat{\mathbf{L}}^M + V_1 \{\mathbf{L}^P \mathbf{A}^{dil}\}\right) \left(V_0 \mathbf{I} + V_1 \{\mathbf{A}^{dil}\} + V_1 \{\mathbf{H} \mathbf{L}^P \mathbf{A}^{dil}\}\right)^{-1}.$$

In this equation, notations from paper [2] were adopted. A numerical analysis is conducted under the isothermal condition. Characterization of the complex moduli dependence on temperature and amplitude of strain intensity is performed.

Results demonstrate the significant dependence of loss moduli on the temperature within the wide interval of it before the glass transition temperature. Furthermore, for the randomly isotropic nanocomposites system, both the storage and loss moduli are found to increase monotonically with the increase of the nanofiber volume fraction while decrease with increasing temperature.

1. Senchenkov, I. K. Modeling the thermomechanical behavior of physically nonlinear materials under monoharmonic loading / I. K. Senchenkov, Y. A. Zhuk, V. G. Karnaukhov// *Int. Appl. Mech.* – 2004. – 40, № 5. – P. 546-556.

2. Hashemi, M. Frequency and amplitude dependence of complex moduli of composite material reinforced with nanofibers/ M. Hashemi, Y.A. Zhuk// *Physico-Mathematical Modeling and Informational Technologies.* – 2016. – Vol. 23. – P. 92–107.

КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕЯКИХ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ З НИЖЧИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ КЛАСИЧНИМ ВЕКТОРНИМ СПОСОБОМ

Кінематичне дослідження плоских механізмів з нижчими кінематичними парами базується на використанні відомих методів теоретичної механіки. Історично, для інженерних розрахунків використовувались геометричні методи: метод планів положень, швидкостей та прискорень, методи кінематичних діаграм [1], метод миттєвих центрів швидкостей [2]; вони повністю задовольняли потреби інженерів у точності отриманих результатів. З поширенням комп'ютерних технологій та методів комп'ютерно-математичного моделювання набули розвитку й аналітичні методи алгоритмічного типу: метод координат планів [3], метод замкнених векторних контурів [4], метод перетворення координат [5], метод комплексного представлення векторних контурів [2, 6, 7].

У доповіді пропонується методика кінематичного дослідження деяких плоских механізмів з нижчими кінематичними парами, що базується на класичному векторному представленні руху матеріальної точки, який є базовим в теоретичній механіці, але в практичних задачах використовується нечасто. За основу взято визначення засобами векторної алгебри базисних векторів, що характеризують поточні положення ланок механізму. За допомогою отриманих базисних векторів положення будь-яких точок механізму представляються радіус-векторами, залежними від скалярного параметру (часу або узагальненої координати). Диференціюванням за параметром визначаються абсолютні швидкості та прискорення точок (у разі залежності радіус-векторів від узагальненої координати, визначаються аналоги абсолютних швидкостей та прискорень). Кінематичні характеристики ланок визначаються стандартно, використовуючи кінематику твердого тіла.

Отримані розв'язки алгоритмізуються, можуть бути використанні для комп'ютерного моделювання плоских механізмів з нижчими кінематичними парами, їх кінематичного дослідження. Засобами програмного комплексу OpenSCAD дана комп'ютерна реалізація запропонованого підходу для кривошипно-повзунного механізму та чотириланковика.

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – Москва: Наука, 1988. – 640 с.
2. Norton R. L. Design of Machinery: An Introduction of the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines / R. L. Norton. – New York: McGraw-Hill, 2004. – 881 p.
3. Гончар М. О. Теорія механізмів і машин / М. О. Гончар. – Київ: Видавничий дім «Вініченко», 2011. – 510 с.
4. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Київ: Наукова думка, 2002. – 660 с.
5. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – Москва: Наука, 1990. – 592 с.
6. Gans R. F. Analytical Kinematics. Analysis and Synthesis of Planar Mechanisms / R. F. Gans. – Boston: Butterworth-Heinemann, 1991. – 224 p.
7. Russell K. Mechanism Design. Visual and Programmable Approaches / K. Russell, Q. Shen, R. S. Sodhi. – Boca Raton: CRC Press, 2014. – 362 p.

Хотенко Олена Олександрівна, кандидат фіз.-мат. наук, н.с. відділу реології,
 Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: h.khotenko@gmail.com;
 Хотенко Ірина Миколаївна, кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с. відділу реології,
 Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: i.khotenko@gmail.com

ДВОВИМІРНА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ ГІПЕРПРУЖНОСТІ

Досліджується поширення гармонічної поверхневої хвилі Релея вздовж границі розподілу ізотропного півпростору та вакууму. Гіперпружне деформування півпростору описується п'ятиконстантним нелінійно пружним потенціалом Мурнагана:

$$W = \frac{1}{2}\lambda(u_{1,1} + u_{3,3})^2 + \mu\left\{u_{1,1}^2 + u_{3,3}^2 + \frac{1}{2}(u_{1,3} + u_{3,1})^2\right\} + \frac{1}{2}\lambda(u_{1,1} + u_{3,3})[u_{1,1}^2 + u_{3,3}^2 + u_{1,3}^2 + u_{3,1}^2] + \\ + \mu\{u_{1,1}^2 + u_{3,3}^2 + 2u_{1,1}u_{1,3}^2 + 2u_{1,1}u_{3,1}^2 + u_{1,3}u_{3,1}(u_{1,1} + u_{3,3})\} + \\ + \frac{1}{3}A[u_{1,1}^2 + u_{3,3}^2 + \frac{3}{4}(u_{1,3} + u_{3,1})^2(u_{1,1} + u_{3,3})] + B(u_{1,1} + u_{3,3})\left[u_{1,1}^2 + u_{3,3}^2 + \frac{1}{2}(u_{1,3} + u_{3,1})^2\right] + \frac{1}{3}C(u_{1,1} + u_{3,3})^3. \quad (1)$$

де λ , μ – пружні сталі другого порядку (сталі Ляме); A , B , C – пружні сталі третього порядку (сталі Мурнагана). Нелінійний тензор деформацій Коші – Гріна у вигляді

$$\varepsilon_{nm} = \frac{1}{2}(u_{n,m} + u_{m,n} + u_{i,n}u_{i,m}), \quad (2)$$

де u_n – компонент вектора зміщень. У дослідженні проведено первинний аналіз вказаного рівняння Релея.

Нелінійне рівняння має вигляд:

$$-l_1l_4 + l_2l_3 - \left[\frac{l_3^2n_2^2 + l_1^2n_5^2 - 2l_1l_3n_2n_5}{l_2n_5 - l_4n_2} - \frac{l_4n_1n_2 + l_2n_2n_4 - 2l_2n_1n_5}{n_2} \right] A_\varphi = 0, \quad (3)$$

де l_i , n_j – величини, що залежать від параметрів матеріалу (пружних сталих і густини), швидкості і фази хвилі.

Проведено чисельний аналіз рівняння (3). Досліджувалося відхилення швидкості хвилі від її лінійного значення. Задача є багато параметричною, тому при чисельному аналізі було обрано метод, коли фіксувалися значення частоти ω та фази $k_R x - \omega t$ і сканувалося значення початкової амплітуди A_φ .

Теоретичне спостереження певних нових нелінійних хвильових ефектів завдяки побудованим графікам залежності швидкості хвилі Релея від значень початкової амплітуди для фіксованих частот. Один з виявлених нових нелінійних ефектів полягає в тому, що при збільшенні початкової амплітуди або частоти, швидкість хвилі Релея зменшується. Швидкість хвилі Релея обмежується зверху максимально можливим значенням – швидкістю лінійної хвилі.

1. Хотенко Е.А. Числовой анализ нелинейной упругой волны Рэлея (первое и второе приближение). / Е. А. Хотенко// Прикладная механика – 2012. – 48, N 6. – С.114 – 123.
2. Хотенко Е.А., Хотенко И. Н. Исследование нелинейных волн Рэлея / Е. А. Хотенко, И. Н. Хотенко // Тези доповідей Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2014», 14 – 17 квітня, 2014 р., Дніпропетровськ–Дніпродзержинськ. – С. 37 – 38.

Хурденко Марія Ігорівна, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: mmaymay@mail.ru
Жук Ярослав Олександрович, доктор фізико-математичних наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: y.zhuk@i.ua

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ПРО ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ НЕПРУЖНИХ ПРЯМОКУТНИХ ПЛАСТИН З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ З УРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ЗСУВУ

Швидкий розвиток сучасних технологій робить можливим перехід від традиційних методів контролю коливань до складніших, проте набагато ефективніших, методів, які дозволяють використовувати інтенсивні режими роботи за умови коректної оцінки і суворого дотримання численних критеріїв надійності, витривалості та втомної міцності [1]. Сучасні конструкції, устаткування і пристрої повинні витримувати значні рівні навантажень і протистояти новим складним типам робочих циклів. Це зумовило потребу в розробці нових уточнених теорій для моделювання, керування і значно глибшого розуміння реальних механічних процесів, які відбуваються при навантаженнях в умовах інтенсивного функціонування таких конструкцій і приладів.

В даній роботі основними об'єктами дослідження є електромеханічні системи, які містять елементи, виготовлені з електрично активних матеріалів. Досліджуються контроль, керування і оптимізація коливань конструкцій, виготовлених із матеріалів із ускладненими властивостями. Найпопулярнішими з таких активних матеріалів, напевно, є п'єзоелектричні матеріали, що використовуються як сенсори і актуатори завдяки, відповідно, прямому і оберненому п'єзоелектричному ефекту [1]. П'єзоелектричні елементи найчастіше використовуються як розподілені сенсори або актуатори (або їх комбінації). Моделювання коливань і контролю конструкцій, які містять розподілені сенсори і актуатори, в даному дослідженні зведено до задачі для шаруватих пластин, які містять п'єзоактивні шари або є частково (чи повністю) покриті п'єзоактивними матеріалами. Особливу увагу приділено формулюванню постановки задачі про термомеханічні параметричні коливання непружних прямокутних пластин з п'єзоелектричними сенсорами і актуаторами з врахуванням деформацій зсуву.

При цьому постановка задачі формулюється на основі комплексних аналогів співвідношень Коші, рівнянь параметричних коливань і амплітудних моделей електромеханіки, що ґрунтуються на концепції комплексних модулів для умов моногармонічного навантаження [2]. Характерною особливістю побудованої моделі є її уточнюючий характер, оскільки при виведенні рівнянь враховано деформації поперечного зсуву. Виведено систему розв'язуючих рівнянь – диференціальних рівнянь першого порядку – з відповідними граничними умовами для випадку стаціонарного режиму коливань.

1. Киричок І.Ф., Жук Я.О., Карнаухова Т.В. Демпфування резонансних осесиметричних коливань нескінченно довгої в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсором і актуатором при врахуванні вібророзігріву / І. Ф. Киричок, Я. О. Жук, Т. В. Карнаухова // Вісник Київського нац. ун-ту імені Тараса Шевченка. Серія фіз.-мат. науки. – 2015. – Вип. № 1. – С. 35-40.

2. Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек / В. Г. Карнаухов, И. Ф. Киричок. – Киев: Наук. думка, 1986 г. – 222 с.

Черевко Віталіна Олександрівна, інженер, кафедра прикладної математики,
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: cherevko.vita@gmail.com;
Кізілова Наталія Миколаївна, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: n.kizilova@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕЧІЙ НЕЗМІШУВАНИХ МІКРО- ТА НАНОРІДИН МІЖ СПІВВІСНИМИ КОАКСІАЛЬНИМИ ПОВЕРХНЯМИ, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ

Останнім часом спостерігається активне використання мікро- та нанопристроїв, в яких рідини рухаються по системам мікротрубок або каналів [1]. Такі пристрої широко використовуються для охолодження мікропроцесорів або нагрівання мікрооб'ємів рідин, розділення суміші або змішування, в лабораторіях-на-чіпах та мікроелектромеханічних системах. Для планування роботи таких систем треба приймати до уваги особливості руху рідин на мікро- (~50–500 мкм) та нанорівні (~50–500 нм). Треба зауважити, що на таких рівнях ще не проявляються квантові явища і течії рідин описуються рівняннями Нав'є-Стокса з умовами прослизання другого порядку на стінках [1]:

$$\left(u - u_w + C_1 Kn \frac{\partial u}{\partial n} + C_2 Kn^2 \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \right) \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (1)$$

де u та u_w – повздовжні швидкості рідини та стінки, $\vec{n}$ – нормаль до поверхні $\partial\Omega$, $Kn = \lambda / d$ – число Кнудсена, λ – довжина вільного пробігу наночастинок, d – діаметр трубки/каналу, $C_{1,2}$ – константи. Таблиця значень $C_{1,2}$ для мікро/нанорідин наведена в [1].

Розв'язки узагальненої течії Нав'є-Стокса з умовами прослизання (1) були раніше отримані для круглої трубки, прямокутного та трикутного каналів [1], а також течій Пуазейля і Куета в каналах з ускладненою геометрією [2]. В даній роботі наведені результати розрахунків течії трьох незмішуваних рідин з різними в'язкостями та щільностями між коаксіальними циліндричними поверхнями, які обертаються з різними швидкостями ω_1 та ω_2 . Вважалося, що поблизу стінок циліндрів утворюються примежові шари з різними концентраціями частинок, що впливає на параметри течії. Раніше аналогічна задача розглядалася для течій Куетта та Пуазейля між паралельними пластинами [2].

В результаті розрахунків отримано вирази для поля швидкостей, уявної в'язкості, об'ємної витрати та параметрів змішування в залежності від швидкостей обертання ω_1 , ω_2 , реологічних параметрів базової мікро/нанорідини та коефіцієнтів наноструктурованості $C_{1,2}^{inner}$ та $C_{1,2}^{outer}$ для внутрішньої та зовнішньої стінок. Показано, що за рахунок підбору параметрів $C_{1,2}^{inner}$, $C_{1,2}^{outer}$ можна підвищити інтенсивність змішування та об'ємну витрату при одночасному зниженні напружень тертя на стінках та дисипації енергії, що може значно підвищувати ефективність роботи мікро- або нанорідинного пристрою.

1. Karniadakis G. E., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows: Fundamentals and simulation / G. E. Karniadakis, A. Beskok, N. Aluru // Springer-Science: Interdisc. Appl. Math. Series, 2005. – V.29. – 249 p.
2. Cherevko V. Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip boundary conditions / V. Cherevko, N. Kizilova // Nanoplasmonics, Nano-Optics, Nanocomposites, and Surface Studies. Springer Proceedings in Physics. – 2017. – Vol. 183. – (прийнята до публікації).

Шакери Мобарак Пуйан,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина,
e-mail: pouyan.shakeri@gmail.com;
Гринченко Виктор Тимофеевич, академик НАН Украины, доктор физ.-мат. наук, профессор,
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина;
Андрущенко Владимир Александрович, ведущий инженер-электронщик,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина,
e-mail: andron@univ.kiev.ua ;
Никитенко Виктор Николаевич,
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина,
e-mail: nivini55v@gmail.com.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНЫХ СПЕКТРОВ ПЛАНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОПЛАСТИН В ФОРМЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

В докладе приведены результаты экспериментальных исследований собственных частот и форм колебаний пьезопластин различной геометрии. В качестве базовой была выбрана пьезопластина квадратной формы размером 45,0 мм x 45,0 мм, толщиной 2,8 мм, со сплошными электродами на больших гранях из пьезосостава типа PZT-4, изготовленная на фирме STEMiNC (США). После ее тщательного исследования были определены материальные константы, они были сопоставлены с заводскими параметрами и только после этого пластина разрезалась алмазной пилой на пластины с соотношением сторон 2:1 и 3:1.

Материальные константы использовались при расчетах в пакете ANSYS, где определялся спектр резонансных частот и были построены формы колебаний. Эти характеристики также определялись экспериментально, при помощи характериографа частотных характеристик типа Х1-46. Формы колебаний визуализировались по методу Хладни.

На заключительной стадии из исследованных прямоугольных пластин изготавливались пластины в виде параллелограмма с углами 2 и 10 градусов. В процессе исследований выяснилось, что требуется оценка начального и незначительного уровня в фиксации таких изменений спектра, для чего были изготовлены и исследованы пьезопластинки с углом 0,2 градуса. Было показано, что даже такое незначительное изменение геометрии существенно обогащает спектр собственных частот - количество резонансов, например, увеличивается с 5 до 20 в частотном диапазоне до 130 кГц. Этот диапазон частот был выбран исходя из возможности возбуждения краевого резонанса для пластин с соотношением сторон 3:1.

В докладе особое внимание уделено определению и анализу коэффициента электромеханической связи k_d^2 как характеристике пьезоматериала и как характеристике интенсивности возбуждения той или иной формы колебаний.

Щербаков Сергей Сергеевич, доктор физ.-мат. наук, профессор,

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,

e-mail: sherbakovss@mail.ru.

Шемет Людмила Александровна, мл.н.с., механико-математический факультет,

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,

e-mail: shemetla@yandex.ru

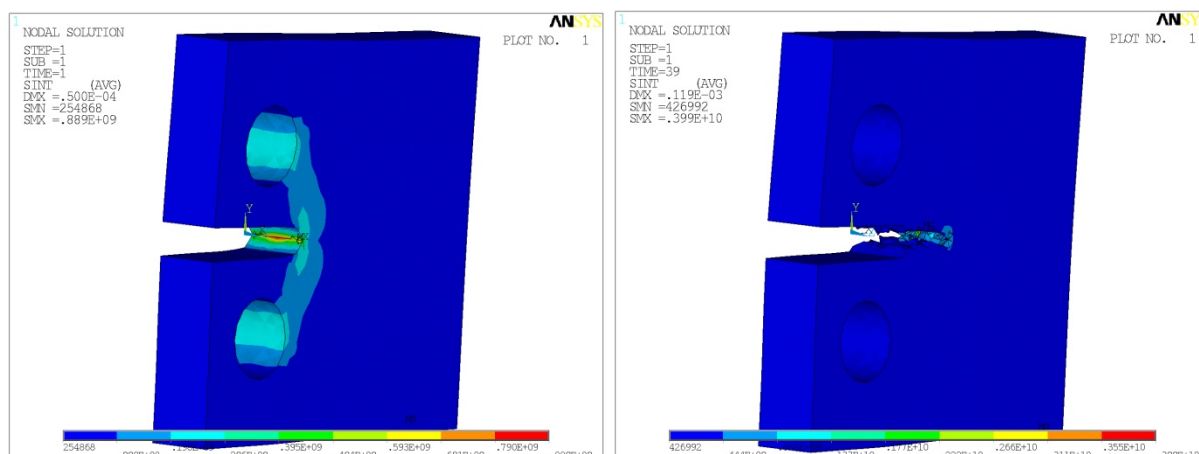
ОБЪЕМНАЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ КОМПАКТНОГО ОБРАЗЦА

Одним из основных методов оценки долговечности материалов является определение параметров трещиностойкости компактных образцов. В данной области выполнено большое количество исследований по изучению условий зарождения трещины и ее характеристик, однако состояние объемной повреждаемости в вершине трещины остается мало исследованным.

Конечно-элементное моделирование дает возможность рассчитать напряженно-деформированное состояние и на его основе определить состояние повреждаемости в окрестности распространяющегося трещиноподобного повреждения [1].

Моделирование распространяющегося трещиноподобного повреждения проводилось на основе модели деформированного твердого тела с опасным объемом путем удаления опасных объемов на каждом шаге нагружения. Опасные объемы представляют собой трехмерные области, где действующие напряжения превышают предельные [2,3].

На рисунке представлен образец на первом и тридцать девятом шаге нагружения. Видно, что повреждение со временем увеличивается и распространяется в продольном направлении.



1. Щербаков С.С. Применение концепции об опасных объемах для моделирования распространения трещиноподобного повреждения / С.С. Щербаков, Л.А. Шемет // Вестник БелГУТа: Наука и транспорт. – 2016. – № 1 (32). – С. 165–169.
2. Щербаков С.С. Механика трибофатических систем/ С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – 407 с.
3. Журавков М.А. Опасные объемы как мера повреждаемости системы на макро- и микроуровне/ М.А. Журавков, С.С. Щербаков, Д. Е. Мармыш, Л.А. Шемет, О. А. Насань// Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр./ НАН Беларуси, Объедин. ин-т машиностроения. – Минск, 2015. – Вып. 4. – С. 237–240.

Янчевський Ігор Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Київський національний технічний університет «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: i.yanchevskyi@kpi.ua ;
Губська Вікторія Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук, ст. викладач,
Київський національний технічний університет «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна;
Кривоноженков Вадим Олександрович, студент, факультет авіаційних і космічних систем,
Київський національний технічний університет «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ДИНАМІКИ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

При вивченні динамічних процесів у відповідальних технічних системах обов'язковим етапом є проведення експериментальних досліджень. Попереднє математичне моделювання дозволяє як знизити вартість таких, зазвичай дорогих, експериментів, так і скоротити строки розробки технічних систем у цілому, зокрема, через складання раціональної програми проведення експериментів.

Можливості аналітичного моделювання, як однієї з форм математичного моделювання динамічних процесів, є досить обмеженими, що обумовлено складністю сучасних механічних систем, описуваних, як правило, системами нелінійних диференціальних рівнянь. Тому нині широко використовується чисельне моделювання, наприклад, за допомогою програмних комплексів ANSYS, EULER, ADAMS, SolidWorks Motion або Universal mechanism, які реалізують технологію автоматизованого динамічного аналізу багатокомпонентних механічних систем [1]. Використання таких комплексів дозволяє вже на початкових стадіях проектування отримувати прийнятної точності інформацію про кінематику та силове навантаження компонент технічних систем, а також моделювати різноманітні позаштатні ситуації, які можуть виникнути при їх експлуатації. На підставі розроблювальних у рамках цих програмних комплексів комп'ютерних моделей можна не тільки визначати вихідні характеристики проєктованих систем, але й розв'язувати низку прикладних задач, зокрема, задач параметричної оптимізації, метою яких є забезпечення заданих значень вихідних параметрів проєктованого об'єкта за рахунок варіювання вхідних параметрів з урахуванням обраних критеріїв.

Дана доповідь присвячена висвітленню алгоритмів розв'язання задач параметричної оптимізації в середовищі програмування EULER [1]. Конкретні розрахунки виконані для моделі колісного шасі класу 8K4П. Зокрема, розглянуті задачі пошуку геометричних параметрів елементів шасі та енерго-кінематичних параметрів приводу, які забезпечують найкращі показники прохідності з врахуванням масо-габаритних його характеристик і передбачуваних розмірів долаємих перешкод. Зазначені алгоритми можуть бути використані при розв'язуванні задач оптимального проєктування складних технічних систем, при цьому вони мають низку переваг у порівнянні з іншими підходами, посилення на деякі з них за тематикою досліджень можна знайти у публікації [2].

1. Бойков В. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем EULER / В. Бойков // САПР и графика. – 2000. – № 9. – С. 17–20.

2. Kim D. Optimal design and kinetic analysis of a stair-climbing mobile robot with rocker-bogie mechanism / D. Kim, H. Hong, H. S. Kim, J. Kim // Mechanism and Machine Theory. – 2012. – Vol. 50. – P. 90–108.

ПРОБЛЕМИ ЗАСТОСУВАННЯ ТРИХВИЛЕВОГО ЛАЗЕРНОГО ВІБРОМЕТРА ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ ДО МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ З НАДМАЛИМИ АМПЛІТУДАМИ

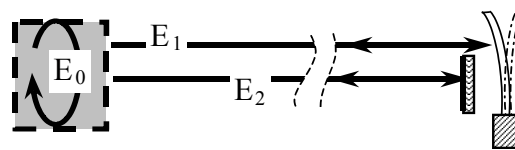
Діагностика нано-, та субнаноамплітудних коливань актуальна для багатьох галузей науки та техніки, насамперед, акустики, неруйнівного контролю, або, наприклад, спостереження гравітаційних хвиль. Як відомо найбільш привабливими, як с точки зору чутливості та і точності, є інтерференційні оптичні методи и, зокрема, методи лазерної доплерівської віброметрії. Останні вимірюють миттєву швидкість коливального процесу, яка може бути перерахована в миттєве переміщення, або акустичний тиск.

Зазвичай лазерні віброметри побудовані по двоххвильовому принципу, котрий передбачає порівняння оптичних фаз референтної E_0 та зондувальної E_1 хвиль. Чутливість, в залежності від частотного діапазону таких приладів може сягати частин нанометра, тобто співрозмірна діаметру деяких атомів. Подальшому підвищенню чутливості заважають як квантові ефекти так і нестабільність лазерного випромінювання. Також під час вимірювання на значній відстані сам канал розповсюдження зондувальної хвилі створює значний набагато вплив на фазу зондувального променя.

Нами запропонований новий тип лазерної віброметричної системи, який використовує три взаємодіючих хвилі E_0 , E_1 та E_2 [1]. Одна з таких конфігурацій системи, а саме та, що прилаштована для зменшення зовнішнього впливу на тракт розповсюдження лазерного випромінювання, зображена на малюнку. Зауважимо, що у якості тракту може бути будь-яке середовище, наприклад, волоконний світловод, оптична система будь якої складності, або повітряний простір довідної протяжності.

Розрахунки та експериментальні дослідження показують, що в такій схемі за рахунок пригнічення зовнішніх завад досягається підвищення чутливості до малих амплітуди коливань в $\alpha(\eta) = \eta / (\eta - 1)$ разів, де $\eta = E_1 / E_2$,

$E_{0,1,2}$ – амплітуди оптичних хвиль, що приймають участь у вимірюванні.



Таким чином, при зближенні оптичних амплітуд двох зондувальних хвиль чутливість зростає за гіперболічним законом. Однак слід зауважити, що цей ефект спостерігається лише для умови, коли різниця оптичних фаз між хвилями E_1 та E_2 дорівнює $\Delta\phi_{1,2} = \pi$. При відхиленні різниці початкових фаз від π виникає помилка і вона є тим більш значною, чим вище значення α . Проблема полягає в тому, що початкова фазова різниця має таку ж фізичну природу та проявляється майже тими ж самими ефектами, що і корисний сигнал вібрації.

Зауважимо, також, що помилка в визначенні оптичних амплітуд також веде до помилки вимірювання. Але конструктивно вимірювання та можливо відділити від сигналу вібрації.

У доповіді пропонуються та порівнюються три методи стабілізації та контролю за початковою фазовою різницею зондувальних хвиль [2]. Також наводяться результати моделювання сигналів та експериментів.

1. Яровой Л. К. Особливості роботи лазерного доплерівського віброметра з трихвильовим фотозмішуванням в нанометровому діапазоні / Яровой Л. К. // Вісник Київського університету. Серія: Математика. Механіка. – 2011– Вип. 26. – С. – 39-43

2. Патент України 100382 від 27.07.2015 G01C 3/00, Спосіб вимірювання миттєвої швидкості коливань / Яровой Л. К. – № г 201500465 Україна; друк 27.07.15, Бюл. № 14

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ З ІДЕНТИФІКАЦІЇ НАБОРУ МЕЖОВИХ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРА З ТОНКИМ ПРИПОВЕРХНЕВИМ ШАРОМ

Виробництво і експлуатація відповідальних конструктивних елементів вимагають наявності достовірної інформації про реальні величини теплофізичних параметрів, а також надійного рівня контролю за їх допустимими значеннями. В першу чергу дії зовнішніх факторів зазнають приповерхневі шари таких елементів, а відповідно змінюються їх властивості.

У праці [1] наведено метод визначення одного із зведених межових теплофізичних параметрів: тепловіддачі тонкого приповерхневого шару довгого циліндра, або його теплоємності, якщо у низці дискретних моментів часу задано виміри температури поверхні. У разі двох невідомих параметрів задача ускладнюється, бо процес уточнення розв'язку оберненої задачі (ОЗ) параметричної ідентифікації переноситься з лінії зміни одного параметра у площину. Алгоритм такої двопараметричної ідентифікації описано в [2]. У праці [3] метод визначення одного з межових теплофізичних параметрів розвинуто для випадку використання вхідних даних ОЗ у вигляді вимірів переміщень поверхні.

Тут запропоновано метод одночасної ідентифікації набору з двох параметрів у разі задання поверхневих колових напружень. За використання зв'язку між процесами теплопровідності та деформування для циліндра з тонким приповерхневим шаром, який нагрівається довкіллям, сформульовано ОЗ термопружності із вхідними даними у вигляді дискретних за часом значень поверхневих напружень, використано спеціальну структуру розв'язку прямої задачі, поданого через температуру поверхні [2], і отримано для неї інтегральне рівняння Вольтерри. Набір теплофізичних параметрів: зведену тепловіддачу приповерхневого шару та його зведену теплоємність – отримано як результат дії інтегро-диференціального оператора на знайдену з інтегрального рівняння поверхневу температуру. Визначені параметри уточнено перебором їх околу і знайдено такий їх набір, для якого середнє квадратичне відхилення обчислених поверхневих напружень від заданих є найменшим. На основі комп'ютерної симуляції досліджено стійкість ОЗ до похибки задання вхідних даних. Одночасно знайдено області значень параметрів, для яких відхилення поверхневих колових напружень від заданих не виходитиме за межі наперед встановленого 2% діапазону. Виявлено, що точність ідентифікації теплофізичних параметрів приповерхневого шару у разі задання вхідними даними поверхневих колових напружень, є кращою порівняно із заданням значень температури поверхні. За визначеними теплофізичними параметрами обчислено термонапружений стан в циліндрі.

1. Швець Р.М. Ідентифікація межових теплофізичних параметрів циліндра за нестационарних умов теплообміну з довкіллям / Р.М. Швець, О.І. Яцків, Б.Я. Бобик // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2010. – Вип. 12. – С. 198–207.

2. Швець Р. Особливості двопараметричної ідентифікації зосереджених теплофізичних параметрів у валах з тонким приповерхневим шаром / Р. Швець, О. Яцків, Б. Бобик // Математ. пробл. механ. неоднор. структур. Збірник наук. праць. – Львів: Ін-т прикл. пробл. механ. і математ. ім. Я.С.Підстригача НАНУ. – 2014. – С. 198–199.

3. Яцків О.І. Визначення теплофізичних властивостей приповерхневого шару циліндра за відомими переміщеннями поверхні / О.І. Яцків, Р.М. Швець // Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. Спец. випуск. – 2015. – С. 305-310.

Yurchuk, Vasyl M., Post-Graduate Student,
S.P.Timoshenko Institute of Mechanics, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: reol@inmech.kiev.ua;
 Rushchitsky, Yarema Ya., DSc (Phys.-Math.), Professor,
S.P.Timoshenko Institute of Mechanics, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: rushch@inmech.kiev.ua;

MURNAGHAN'S NONLINEAR ELASTIC MODEL: SV-WAVE WITH INITIAL BELL-SHAPED PROFILE

An evolution of the plane transverse vertically polarized wave (SV-wave) is analyzed, when the wave propagate in the nonlinear elastic medium. A deformation process is described by the five-constant Murnaghan model. Assume that initially the SV-wave is only excited. Then the governing cubically nonlinear wave equation is as follows [1]

$$\rho u_{3,tt} - \mu u_{3,11} = N_4 u_{3,11} (u_{3,1})^2, \quad N_4 = \lambda + 2\mu + (1/2)(5A + 14B + 4C). \quad (1)$$

Note that in the framework of quadratic nonlinearity of deformation process the SV-wave does not generate itself (a self-generation is impossible), whereas the equation (1) shows that the cubic nonlinearity permits the self-generation of SV-wave and evolution of its initial profile are possible.

Choose the initial profile has the form of bell-shaped function (Chebyshev-Hermite function of zero index) $u_3(x_1, 0) = u_3^o e^{-(x_1^2/2)}$ and this nonperiodic profile generates the solitary nonperiodic wave $u_3(x_1, t) = u_3^o e^{-(\sigma^2/2)}$, where $\sigma = \sigma^o(x_1 - c_3 t)$ is the phase variable of this wave and $c_3 = \sqrt{\mu/\rho}$ is its constant phase velocity. The constant σ^o defines the bottom of the profile.

Two methods are applied to analyze the stated problem. Method 1 is the classical method of successive approximations and method 2 is based on approximate expansion of the variable wave velocity.

According to the method 1, the final approximate formula has the form

$$u_3(x_1, t) = u_3^{(1)}(x_1, t) + u_3^{(2)}(x_1, t) = u_3^o e^{-(\sigma^2/2)} + x_1 (N_4/\rho) (u_3^o)^3 \frac{\sigma^2(1 - \sigma^2)}{3(1 + \sigma - 3\sigma^2)} e^{-3(\sigma^2/2)}. \quad (2)$$

This solution depends essentially on the phase σ : in different points of the profile its change occurs in different way. The change at the bell top is absent, the bell central part ($\sigma \in [-1; 1]$) is extended (plumps up), whereas the tail parts is compressed (grows thin). At that, the bell tail grows thin in different way at the left and right.

The method 2 gives the final formula

$$u_3(x_1, t) \approx u_3^o e^{-(\sigma^o)^2(x_1 - c_3 t)^2/2} + (1/2)t\alpha_3 c_3 (\sigma^o)^3 (x_1 - c_3 t)^3 (u_3^o)^3 e^{-3(\sigma^o)^2(x_1 - c_3 t)^2/2}. \quad (3)$$

The phase in this formula plays an important part. The nonlinear summand is always anti-symmetric. Therefore the profile is changed asymmetrically in the points that are symmetric relative to the bell top – the profile right part is extended (plumps up), whereas the left part is compressed (grows thin).

Because the solutions (2) and (3) are obtained for differing restrictions, they describe the wave evolution differentially. Basing on formulas (2) and (3), the two-dimensional plots of wave initial profile evolution are built for many engineering materials.

1. Rushchitsky, J. J. Nonlinear elastic waves in materials. Heidelberg: Springer, 2014. – 440p.