

МІНІСТРЕСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка



**VII International Scientific Conference
«MODERN PROBLEMS OF MECHANICS»**

*Taras Shevchenko National University of Kyiv
Department of Theoretical and Applied Mechanics*

**28-29.08.2023
Kyiv, Ukraine**

VII Міжнародна наукова конференція

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ

Матеріали конференції

До 160-річчя з дня заснування кафедри механіки

Київ, Україна
28–29 серпня 2023

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ КОНФЕРЕНЦІЇ:

Грінченко В.Т., академік НАН України директор Інституту гідромеханіки НАН України,

Кушнір Р.М., академік НАН України, директор ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України,

Кубенко В.Д., академік НАН України, заступник директора Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,

Altenbach H., Professor, Institute of Mechanic (IFME), Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Germany,

Fallah A. S., Professor, Oslo Metropolitan University, Norway

Guz, I.A., Professor, Heriot-Watt University, Scotland, UK

Kashtalyan M.Yu., Professor, University of Aberdeen, Scotland, UK,

Muller W., Professor, Technical University of Berlin, Germany,

Silberschmidt V., Professor, Loughborough University, UK,

Katica (Stevanović) Hedrih, Mathematical Institute of Serbian Academy of Science and Arts (SANU), Serbia,

Vaysfeld N.D., Senior Lecturer in Analysis, Doctor of Science, King's College, London, UK,

Григоренко О.Я., член-кор. НАН України, зав. відділу Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,

Дзюба А.П., професор Дніпровського національного університету ім. О. Гончара,

Жук Я.О., член-кор. НАН України, зав. кафедри Київського національного університету ім. Тараса Шевченка,

Зражевський Г.М., доцент Київського національного університету ім. Тараса Шевченка,

Карнаухов В.Г., зав. відділу Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,

Краснопольська Т.С., провід. наук.співроб. Інституту гідромеханіки НАН України,

Кізілова Н.М., професор Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна,

Лобода В.В., зав.кафедри Дніпровського національного університету ім. О. Гончара,

Мацитура В.Т., професор Київського національного університету ім. Тараса Шевченка,

Олійник В.Н., ст. наук. співроб. Інституту гідромеханіки НАН України,

Попов В.Г., зав. кафедри Одеської національної морської академії,

Сенченков І.К., головний наук. співр. Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України.

СКЛАД
ОРГАНІЗАЦІЙНОГО КОМІТЕТУ

VII Міжнародної наукової конференції
Сучасні проблеми механіки (МРМ)
(28-29 серпня 2023 р.)

Голова оргкомітету	– Толстанова Ганна Миколаївна, професор, проректор з наукової роботи
Співголова оргкомітету	– Безущак Оксана Омелянівна, професор, декан механіко-математичного факультету
Члени оргкомітету:	– Жук Ярослав Олександрович, професор, зав.кафедри теоретичної та прикладної механіки, – Маципура Володимир Тимофійович, професор, – Зражевський Григорій Михайлович, доцент, – Лебедєва Ірина Валеріївна, доцент, – Улітко Ігор Андрійович, доцент, – Борисейко Олександр Віталійович, доцент, – Харитонов Олексій Михайлович, доцент, – Куценко Олексій Григорович, доцент, – Курилко Олександр Борисович, асистент, – Троценко Ярослав Павлович, асистент, – Клімчук Тарас Володимирович, асистент, – Яковенко Катерина Іванівна, пров.інженер, – Пучко Наталія Петрівна, пров.математик.

Відповідальний секретар оргкомітету

Жук Ярослав Олександрович, зав.кафедри теоретичної та прикладної механіки,
р.(044)259-03-07, м. (097)490-11-89

Секретарі оргкомітету

Яковенко Катерина Іванівна, пров.інж., р.(044)521-35-99 , м.(067)502-99-99
Пучко Наталія Петрівна, інж., р.(044)521-35-99, м.(067)683-45-34

З М І С Т

<i>Батутіна Т.Я., Олійник В.Н.</i> Напівемпіричне оцінювання акустичних навантажень на головну частину ракети при нестандартній конфігурації стартових споруд	7
<i>Борисейко О.В., Гусак В.О., Маципура В.Т.</i> Використання комбінацій двох варіантів спряження хвильових полів у методі часткових областей	8
<i>Вайсфельд Н.Д., Процеров Ю.С., Толкачов А.В.</i> Плоска задача про коливання балкової плити на прямокутній основі	9
<i>Вайсфельд Н.Д., Журавльова З.Ю.</i> Дослідження напружено-деформівного стану півнескінченного порожнистого поропружного циліндру під дією вісісиметричного навантаження	10
<i>Валєєва І.К., Горошко І.О.</i> Моделювання процесів пружно-пластичного деформування при скретч-тестуванні плівок на підкладках	11
<i>Glukhov Yu.P., Glukhov A.Yu.</i> Stressed-deformed state of an elastic base with a protective coating and initial stresses under the action of a moving load	12
<i>Голуб В.П., Плащинська А.В.</i> Чисельно-аналітичний спосіб розрахунку кінетики розповсюдження тріщин втоми в тонких пластинах	13
<i>Городецька Н.С., Щербак Т.В.</i> Фактори, які впливають на прозорість межі в складеному пружному хвилеводі	14
<i>Gorodetskyi Viktor</i> Dynamic characteristics of a hydro-pulse system with a nonlinear spring element	15
<i>Горошко І.О., Андрущенко В.О., Нікітенко В.М., Кір'єв А.М.</i> Чисельне та експериментальне дослідження локалізованих і об'ємних резонансів у пружних пластинах зі складними умовами на кінцях	16
<i>Горський Ю. В., Краснопольська Т.С., ван Хейст Г.Я.Ф., Філімонов В. Ю.</i> Побудова математичних моделей збудження хрестоподібних поверхневих хвиль у воді в «співаючих бокалах» при випромінюванні бокалами звукових хвиль	17
<i>Grigorenko A.Ya., Müller W. H., Loza I.A.</i> Studying selected dynamical problem of piezoceramic cylindrical bodies based on discrete-continual approach	18
<i>Грінченко В.Т., Маципура В.Т.</i> Про сингулярності в задачах механіки суцільного середовища	19
<i>Грінченко В.Т., Вовк І.В., Гусак В.О., Маципура В.Т.</i> Властивості шумозахисного бар'єру з керованою дифракцією на кромці	20
<i>Горчаков О.О., Швець О.Ю.</i> Сценарій узагальненої переміжності у системі Лоренца	21
<i>Даляк Т.М., Шацький І.П.</i> Про крихке руйнування тіла з частково залікованою зірчастою тріщиною	22
<i>Жук Я.О.</i> Історія механіки в Київському університеті (До 160-ліття кафедри теоретичної та прикладної механіки)	23
<i>Жук О.П., Жук Я.О., Клімчук Т.В.</i> Взаємодія системи сторонніх об'єктів у рідині, обумовлена силами акустичного випромінювання	24
<i>Zrazhevsky G. M., Zrazhevskaya V.F.</i> Application of BPOE and CVAR in the determination of optimal controls of round plate oscillations	25
<i>Камінський А. О., Дудик М. В.</i> Двопараметрична модель зони передруйнування у квазіпружному матеріалі біля вершини міжфазної тріщини	26
<i>Камінський А.О., Курчаков Є.Є., Чорноіван Ю.О.</i> Про крайові ефекти у нелінійному	27

ортотропному тілі з тріщиною

<i>Kizilova N.M., Batyuk L.V.</i> Shear oscillations of the red blood cell membranes as local microbiomechanical test for medical diagnostics	28
<i>Kizilova N.M., Rychak N.L.</i> Fluid dynamics modeling of heat and pollution transfer in cities	29
<i>Krokhmal Pavlo, Zhupanska Olesya</i> Automatic image segmentation of impact damage in cfrp composites via machine learning	30
<i>Krushynska A.O.</i> Metamaterial pattern to control lift and sound of flapping 3d-printed artificial wings	31
<i>Куценко О.Г., Харитонов О.М., Куценко А.Г.</i> Розклинювання підінтерфейсної тріщини пластичним наплавленням	32
<i>Куценко О.Г., Харитонova Л.В., Круш Р.М.</i> Закономірності росту плоских тріщин в пластинах	33
<i>Лагодзінський О.Є.</i> Деякі характеристики резонансних тривимірних усталених коливань рідини в контейнері квадратного перерізу	34
<i>Лавренюк М.В.</i> Застосування фізично-поінформованих нейромереж до розв'язання задач механіки деформівного твердого тіла	35
<i>Ловейкін А.В.</i> Рівновага пружної площини із зігнутою, симетричною тріщиною	36
<i>Лубков М.В.</i> Моделювання деформування соляних структур внаслідок гравітаційної плавучості	37
<i>Маковійчук М. В., Шацький І. П.</i> Аналіз граничної рівноваги зігнутої сферичної оболонки з колінеарними тріщинами за локальним та інтегральним критеріями руйнування	38
<i>Максимюк В.А., Сторожук Є.А., Чернишенко І.С.</i> Розрахункові схеми й методи дослідження фізично нелінійного деформування оболонкових елементів ракет з підкріпленнями отворами	39
<i>Маслов Б.П.</i> Побудова критерію довготривалого руйнування втомі для тонкостінних шаруватих оболонок	40
<i>Мельниченко М.М., Жук Я.О., Андрущенко В.О., Кір'єв А.М., Пучко Н.П., Водотовка М.А.</i> Експериментальне вивчення руйнування матеріалів після ударно-хвильового навантаження	41
<i>Онишкевич В.М., Барабаш Г.М.</i> Фрикційний розігрів системи штамп-пружна півплощина при ковзанні вздовж твірної	42
<i>Остос О.Х.</i> Визначення динамічних характеристик ідеальної стисливої рідини, що збуджується сферичним сегментом в циліндричній порожнині	43
<i>Павлюк Я.В.</i> Щодо розрахунку деформацій нестационарної повзучості нелінійно-в'язкопружних матеріалів за умов довантажень та розвантажень із використанням функції Хевісайда	44
<i>Перепічка В.В.</i> Задача динаміки пружного стержня з зовнішнім сухим тертям при збуренні поштовхом із лінійним, обмеженим у часі, ростанням зусиль притиску на торці	45
<i>Плащинська А.В., Романов О.В.</i> Щодо розрахунку втомної довговічності призматичних стержнів за умов одновісного асиметричного згину	46
<i>Ревенко В.П.</i> Побудова нового часткового і загального розв'язків рівнянь теорії термопружності	47
<i>Руцицький Я.Я.</i> Про типові механічні експерименти з ауксетичними матеріалами	48

<i>Руцицький Я.Я., Сінчило С.В., Юрчук В.М.</i> Крутильні пружні хвилі. Деякі аспекти нелінійного аналізу	49
<i>Савельєва К.В., Дашко О.Г.</i> Взаємодія поздовжніх нелінійно пружних хвиль	50
<i>Сенченков І.К., Чекурін В.Ф., Червінко О.П.</i> В'язкопружний шаруватий циліндр при вертикальному зберіганні	51
<i>Середницька Х.І.</i> Вплив поздовжньої і поперечної теплопровідності міжфазних щілин на ефективні параметри біматеріалу	52
<i>Solodun O.</i> On linear theory application for liquid sloshing in toroidal tanks to the problems of joint oscillations of complex systems	53
<i>Timokha A.N.</i> The Prandtl azimuthal mass transport	54
<i>Токовий Ю.В.</i> Прикладні проблеми механіки структурно неоднорідних тіл	55
<i>Токовий Ю.В.</i> Про метод побудови аналітичних розв'язків задач теорії пружності для багатошарових неоднорідних тіл	56
<i>Трач В.М., Подворний А.В., Жукова Н.Б.</i> Стійкість нетонких анізотропних циліндричних оболонок в просторовій постановці під розподіленим боковим тиском	57
<i>Улітко І.А., Борисейко О.В., Лебедєва І.В., Курилко О.Б.</i> Падіння та відбиття дисперсійних за Коріолісом гармонічних хвиль на поверхні пружного півпростору	58
<i>Ушакова В.С., Ушаков О.В., Горун О.Ю.</i> Застосування кубічних сплайнів у моделюванні процесів повзучості лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану	59
<i>Fallah Arash S.</i> Teaching Mechanics – Schools of Thought	60
<i>Hedrih Katica R. (Stevanović)</i> A newly constructed cylindrical orthogonal curvilinear coordinate system over a series of revolving surfaces: theorems of properties and nonlinear dynamics of rolling a heavy ball on its coordinate surfaces	61
<i>Khoroshev K., Duchenko K., Kykot S.</i> Positional analysis of structural groups of the second class by Artobolevsky	62
<i>Хотенко О.О., Юрчук В.М.</i> Граничні умови в аналізі нелінійних поверхневих і крутильних хвиль	63
<i>Шевельова Н.В., Ходанен Т.В.</i> Система колінеарних електрично та магнітно проникних тріщин між двома п'єзоелектромагнітними матеріалами	64
<i>Черній Д.І., Довгий С.О., Лебідь О.Г.</i> Про існування та єдиність розв'язку гідродинамічних задач з відривними течіями	65
<i>Черній Д.І., Васін П.О., Пилипченко І.Ю.</i> Математичні моделі відривних течій	66
<i>Черній Д.І., Васін П.О., Троценко Я.П.</i> Математичні моделі вихрових структур	67
<i>Шикула О.М., Жукова Н.Б.</i> Модель нелінійного деформування зернистих композитів	68
<i>Яковенко Н.Д., Якименко С.М.</i> Напружено-деформований стан циліндричних тіл з мікроструктурними перетвореннями при імпульсному навантаженні	69
<i>Янчевський І.В., Ліскін В.О.</i> Плоска хвиля в нескінченній циліндричній порожнині з рідиною, що містить два сферичні тіла	70
<i>Яровой Л.Л., Степахно І.В.</i> Удосконалення безконтактного дослідження поверхневих акустичних хвиль методами трихвильової лазерної віброметрії	71
<i>Yashchuk V.M., Grebinyk A.G., Lebedyeva I.V., Vashchilina O.V., Losytsky M.Yu., Navozenko O.M.</i> Sensor systems with optical response	72

Батутіна Тетяна Яківна, начальник сектору,
ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля»,
e-mail: tatanabatutina46@gmail.com

Олійник Валерій Никифорович, кандидат фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник,
Інститут гідромеханіки НАН України,
e-mail: v_oliylik@yahoo.com

НАПІВЕМПІРИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ АКУСТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ГОЛОВНУ ЧАСТИНУ РАКЕТИ ПРИ НЕСТАНДАРТНІЙ КОНФІГУРАЦІЇ СТАРТОВИХ СПОРУД

Батутіна Т.Я., Олійник В.Н.

Запуски ракет супроводжуються значними тепловими, динамічними, вібраційними та акустичними навантаженнями, викликаними витіканням високотемпературного надзвукового реактивного струменя з сопла ракетного двигуна. Шум ракетного двигуна спричиняє відчутний негативний вплив на конструктивні елементи та головну частину самої ракети й довкілля.

Складність оцінювання ефектів генерації звуку газодинамічними потоками за допомогою методів комп'ютерної гідродинаміки визначається низькою – від 0,5% до 1% – ефективністю перетворення механічної енергії турбулентного потоку в акустичні коливання. Це викликає необхідність у високій точності оцінок «тонкої» структури нестационарних вихрових полів у газодинамічних струменях при ламінарно-турбулентному переході, формуванні примежових шарів та шарів змішування. Оскільки для таких течій числа Рейнольдса сягають понад 10^7 , кількісний аналіз їхніх характеристик неможливий без залучення суперкомп'ютерів. На додачу, ситуацію ускладнює інтенсивна взаємодія надзвукового струменя з елементами стартових споруд на стартовому етапі польоту, яка призводить до просторового перерозподілу акустичних джерел газодинамічної природи.

Ефективне числове моделювання можливе лише при застосуванні вільних від розрахункових артефактів алгоритмів, побудованих на основі адекватних фізичних моделей. Однак акусто-газодинамічна поведінка реактивних струменів великих ракет лише в основних рисах відповідає теоретичним уявленням, розвинутих Дж. Лайтхіллом, Дж. Фокс-Вільямсом та їхніми послідовниками. Тому на етапі попереднього проєктування для розрахунку генерованих ракетою звукових полів широко використовуються напівемпіричні методи, які спираються на ряд універсальних залежностей щодо просторових розподілів, частотних і спрямованих характеристик акустичних джерел, отриманих експериментальним шляхом. Вони невибагливі до залучених обчислювальних і забезпечують прийнятну для інженерних потреб точність результатів. Найпопулярнішим прикладом такого підходу є методика NASA SP-8072, модульний принцип побудови якої дозволяє модифікувати за потреби окремі блоки, не змінюючи алгоритм у цілому.

У цьому дослідженні обговорюються результати, отримані за допомогою методики NASA SP-8072 для стартової позиції, розташованої над акваторією водойми. До особливостей стартових споруд належать зменшена довжина газоходу й криволінійний газодинамічний дефлектор, розділений на два протилежно спрямовані схили – це дозволяє мінімізувати додаткові акустичні ефекти в зоні його прямої взаємодії зі слідом реактивного струменя. Натомість, при розрахунках бралася до уваги можливість обмеження дефлектором довжини ламінарного ядра реактивного струменя під час старту. Вперше використано скориговану залежність для розподілу енергії акустичних джерел уздовж струменя.

Числовий аналіз проведено для різних наборів геометричних параметрів стартових конструкцій. Надано оцінку внесків різних джерел та акустичного відбиття від поверхні води при різних висотах підйому ракети.

Борисейко Олександр Віталійович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, механіко-математичний факультет,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: b12313@ukr.net;

Гусак Віталій Олександрович, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: gusakw7@gmail.com;

Маципура Володимир Тимофійович, доктор фіз.-мат. наук, професор, механіко-математичний факультет,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: mnivtt@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ КОМБІНАЦІЙ ДВОХ ВАРІАНТІВ СПРЯЖЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОЛІВ В МЕТОДІ ЧАСТКОВИХ ОБЛАСТЕЙ

Борисейко О.В., Гусак В.О., Маципура В.Т.

На основі методу часткових областей отримано розв'язок задачі про випромінювання поршня в скінченний клинуватий хвилевод. При спряженні хвильових полів на границях часткових областей використано набір комбінацій двох підходів: поточкового спряження полів та середньоквадратичного наближення. В роботі показано, що використання різних комбінацій розрахунку цілком коректно. Всі комбінації працюють приблизно однаково. Варіант в якому використовується тільки середньоквадратичне наближення найточніший. Використання поточкового спряження полів в цілому спрощує розрахунок задачі. Вибір необхідної комбінації розрахунку залежить від того, яка задача розглядається. Якщо для запису хвильових полів в часткових областях доводиться використовувати кілька систем координат, то при використанні середньоквадратичного наближення можуть виникати труднощі при обчисленні, в той час як при використанні поточкового спряження полів обчислювальних проблем не виникає.

В даній роботі ми перевірили можливість використання комбінованого варіанту розрахунку і розуміємо, що можлива ситуація коли саме комбінований варіант може призвести до кращого розв'язку задачі з точки зору виконання закону збереження енергії чи умов зшивання полів.

1. Grinchenko V., Vovk I., Matsypura V. Acoustic wave problems. – New York: Begell House, Inc., 2018. – 439 p.

2. Грінченко В.Т., Гусак В.О., Маципура В.Т. Використання двох варіантів спряження хвильових полів в методі часткових областей. – Журнал обчислювальної та прикладної математики. 2021, 2(136). 5 – 16 с.

Вайсфельд Наталія Данилівна, доктор фіз.-мат. наук, професор
King's college London

e-mail: natalya.vaysfeld@kcl.ac.uk

Процеров Юрій Сергійович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова

e-mail: protserov@onu.edu.ua

ПЛОСКА ЗАДАЧА ПРО КОЛИВАННЯ БАЛКОВОЇ ПЛИТИ НА ПРЯМОКУТНІЙ ОСНОВІ

Вайсфельд Н.Д., Процеров Ю.С.

У роботі розглянуто задачу про плоску деформацію прямокутної області (основи) $|x| \leq l, 0 \leq y \leq h$, краї якої $x = \pm l$ знаходяться в умовах ковзкої заділки, край $y = h$ нерухомо закріплено, а з краєм $y = 0$ на ділянці $|x| \leq a < l$ зчеплена балка, кінці якої вільні і до якої прикладене нормальне навантаження інтенсивності $q(x)e^{i\omega t}$. У безрозмірних координатах $x' = xa^{-1}, y' = ya^{-1}$ математичне формулювання задачі відносно переміщень точок основи набуде вигляду (для спрощення запису штрих опускаємо):

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + k_1^2 u = 0 \\ (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + k_1^2 v = 0 \end{cases}, \quad |x| < b, 0 < y < d$$

$$u|_{x=\pm b} = 0, \frac{\partial v}{\partial x}|_{x=\pm b} = 0, u|_{y=d} = 0, v|_{y=d} = 0, \sigma_y|_{y=0} = \begin{cases} -p(x), & |x| < 1 \\ 0, & 1 < |x| < b \end{cases}, \tau_{xy}|_{y=0} = 0$$

де $\beta = c_2 c_1^{-1}, k_i = a \omega c_i^{-1} (i=1, 2), b = la^{-1}, d = ha^{-1}, c_1, c_2$ швидкості поперечної та поздовжньої хвиль у основі. Прогин балки $w(x)$ мусить задовольняти крайовій задачі

$$w^{IV}(x) - \gamma^4 w(x) = a^4 D^{-1} (q(x) - p(x)), w''(\pm 1) = 0, w'''(\pm 1) = 0,$$

де $p(x)$ невідоме контактне напруження між балкою основою, $\gamma^4 = a^4 \rho_0 h_0 \omega^2 D^{-1}$, D циліндрична жорсткість балки, ρ_0, h_0 щільність матеріалу та товщина балки.

Після розв'язання обох крайових задач були отримані вирази для переміщень $u(x, y), v(x, y)$ основи та прогину $w(x)$ балки. З умови сполучення між балкою та основою $w(x) = v(x, 0), |x| < 1$ було отримано сингулярне інтегральне рівняння відносно контактного напруження $p(x)$. Його розв'язок був отримано методом ортогональних многочленів у вигляді розвинення за многочленами Чебишева $p(\xi) = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \sum_{k=0}^{\infty} p_k T_{2k}(\xi)$. Досліджені значення контактного напруження та прогину балки в залежності від частоти коливань.

Вайсфельд Наталя Данилівна, доктор фіз.-мат. наук, професор,

King's College, London, UK,

e-mail: natalya.vaysfeld@kcl.ac.uk

Журавльова Зінаїда Юріївна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, Одеса, Україна,

e-mail: z.zhuravlova@onu.edu.ua

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ПІВНЕСКІНЧЕННОГО ПОРОЖНИСТОГО ПОРОПРУЖНОГО ЦИЛІНДРУ ПІД ДІЄЮ ВІСІСІМЕТРИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Вайсфельд Н.Д., Журавльова З.Ю.

Розглядається півнескінченний порожнистий поропружний циліндр, що займає область $a_0 < r < a_1, 0 < z < \infty, -\pi < \varphi < \pi$. Верхня грань $z=0$ знаходиться в умовах гладкого контакту та є непроникною. По зовнішній циліндричній грані $r=a_1$ задано навантаження $\sigma_r|_{r=a_1}=L(z), \tau_{rz}|_{r=a_1}=T(z), p|_{r=a_1}=P(z), 0 < z < \infty$, внутрішня грань $r=a_0$ знаходиться в умовах зчеплення. Потрібно визначити переміщення, напруження та тиск рідини, що задовольняють крайові умови та рівняння [1].

Вихідну крайову задачу зведено до одновимірної за допомогою півнескінченного синуса, косинуса перетворення Фур'є за змінною z

$$\begin{bmatrix} u_\beta(r) \\ w_\beta(r) \\ p_\beta(r) \end{bmatrix} = \int_0^\infty \begin{bmatrix} u(r,z) \\ w(r,z) \\ p(r,z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta z \\ \sin \beta z \\ \cos \beta z \end{bmatrix} dz$$

Крайову задачу у просторі трансформант сформульовано у векторному вигляді, її розв'язок побудовано з використанням апарату матричного диференціального числення [2]

$$y_\beta(r) = Y_1(r) \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + Y_2(r) \begin{pmatrix} c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix}$$

де $y_\beta(r) = \begin{pmatrix} u_\beta(r) \\ w_\beta(r) \\ p_\beta(r) \end{pmatrix}$, матриці $Y_1(r), Y_2(r)$ є фундаментальною системою розв'язків відповідного

матричного рівняння, сталі $c_i, i=\overline{1,6}$ знаходяться з крайових умов.

Таким чином отримано аналітичний розв'язок вихідної крайової задачі.

1. Cheng, A. H.-D. Poroelasticity. Theory and applications of transport in porous media (Springer). – 2016. – Vol. 27.

2. Попов Г. Я. Точні розв'язки деяких крайових задач механіки деформованого твердого тіла. – Одеса: Астропринт, 2013. – 424 с.

Валєєва Ірина Кимівна, кандидат фіз.-мат. наук, ст. наук. співр.,
Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францєвича НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: valeeva@meta.ua
 Горошко Іван Олегович, кандидат фіз.-мат. наук,
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: igoroshko@ukr.net

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПРИ СКРЕТЧ-ТЕСТУВАННІ ПЛІВОК НА ПІДКЛАДКАХ

Валєєва І.К., Горошко І.О.

Скретч-тестування (scratch test) застосовується для кількісної оцінки механічної поведінки матеріалів та покриттів при дряпанні. Скретч-тестування є важливим підходом для визначення міжфазної міцності, в'язкості, адгезійних властивостей плівки або шару покриття, адгезії та когезії матеріалів, стійкості до стирання і твердості. Випробування полягає в тому, що твердим інструментом (індентором) проводять по поверхні зразка зі зростаючим навантаженням, використовуючи при цьому калібрований датчик навантаження для запису вимірювань. Тестери під час випробування забезпечують повторюваність вимірювань сили притискання по всій довжині тестової подряпини. Досліджуючи сили, прикладені до індентора, геометрію подряпин та ефекти руйнування, можна отримати оцінку пружно-пластичних та адгезійних властивостей матеріалів і покриттів.

Моделювання допомагає досліджувати та краще розуміти деформаційну поведінку матеріалів протягом скретч-тесту. Існує великий інтерес до використання скінченно-елементного моделювання для моделювання скретч-тесту [1-8]. Дійсно, у порівнянні з експериментальними випробуваннями це дає можливість врахувати вплив кожного параметра окремо і, таким чином, покращити розуміння цих випробувань. Це може навіть стати інструментом прогнозування поведінки матеріалів при подряпинах.

Для вивчення поведінки матеріалу при скретч-тестуванні побудовано скінченно-елементну модель, що дозволяє вивчати адгезійну взаємодію плівки та досліджувати напруження і деформації, що супроводжують процес скретч-тестування. З'являється можливість оцінювати та порівнювати величини напружень і деформацій, що виникають при відшаруванні плівки від підкладки для різних матеріалів покриттів та підкладок.

1. Ahmadi S.R. Stress analysis in thin coatings and substrate subjected to point contact loading (mechanics of scratch test) / S.R. Ahmadi, M. Shakeri, A. Sadough // Journal of Materials Processing Technology. – 2008. – Vol. 205, Iss. 1-3. – P. 89-98.

2. Bucaille J.L. Finite-element analysis of deformation during indentation and scratch tests on elastic-perfectly plastic materials / J.L. Bucaille, E. Felder // Philosophical Magazine A. – 2002. – Vol. 82, Iss. 10. – P. 2003-2012.

3. Burnett P.J. The scratch adhesion test: An elastic-plastic indentation analysis / P.J. Burnett, D.S. Rickerby // Thin Solid Films. – 1988. – Vol. 157, Iss. 2. – P. 233-254.

4. Chen Z. Experimental and numerical analysis of tribological behavior of CrAl(Si)N films during Scratch / Z. Chen, B. Feng, Yu. Xia, G. Li // arXiv:1511.04092.

5. Kermouche G. A 3d Finite Element Procedure for Modeling Scratch Test / G. Kermouche, J.-L. Loubet, J.-M. Bergheau // 10th International Conference Metrology and Properties of Engineering Surfaces Saint Etienne, 4-7 July 2005, P. 1-11.

6. Li J. Three-dimensional finite element modelling of the scratch test for a TiN coated titanium alloy substrate / J. Li, W. Beres // Wear. – 2006. – Vol. 260, Iss. 11-12. – P. 1232-1242.

7. Wredenberg F. Experimental and numerical analysis of the scratch test / F. Wredenberg, P.-L. Larsson // WIT Transactions on Engineering Sciences. -2005. – Vol. 49. – P. 251-260.

8. Zhao M. Double cohesive zone model and prediction of micro-scratch testing along solid surface / M. Zhao, Y. Wei, J.W. Hutchinson // Digital Repository, ICF10, Honolulu (USA) 2001.

Glukhov Yuriy Petrovych, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
 S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev,
 e-mail: gluchov.yuriy@gmail.com;
 Gluchov Andriy Yuriyovych, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
 S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev,
 e-mail: ndrew.gl@gmail.com

STRESSED-DEFORMED STATE OF AN ELASTIC BASE WITH A PROTECTIVE COATING AND INITIAL STRESSES UNDER THE ACTION OF A MOVING LOAD

Glukhov Yu.P., Glukhov A.Yu.

This research is aimed at studying the regularities of wave processes in layered elastic bodies, taking into account a number of complicating factors: different models of layered coating, initial stresses, and different speeds of surface load movement. The solution of these problems involves establishing the regularities of the influence of the initial stresses, speed of load movement, geometric and mechanical characteristics of the coating on the stress-deformed state of the elastic base.

The relevance of the research results is related to the possibility of their use in solving current problems of geophysics, petroleum exploration, designing of railway lines, roadside structures, and main pipeline transport.

The purpose of the work is to set dynamic problems for various models of pre-stressed layered foundation, develop methods, build algorithms and create software for solving problems of this class.

In this work, a prestressed half-space with inhomogeneity in the form of a thin surface layer is considered. The border surfaces are flat and parallel to each other. The half-space material is isotropic in an unstressed state. The initial stress-strain state of the half-space is considered homogeneous.

The concentrated force of intensity P moves along the free surface of the protective layer over a long period.

It is assumed that the pattern of deformations is invariant with respect to time in a coordinate system that moves with the load.

It is also assumed that the stress that occurs due to the action of the load is much less than the initial stresses. This assumption allows the linearized theory of elasticity [1] to be used to describe the additional stress state caused by the action of the load.

The layer with the thickness h is modeled by concentrated masses with density ρ_1 . Thus, the normal and tangential components of the load will be $(P \sin \alpha + \rho_1 h \ddot{u}_1) \delta(y_1)$ and $(P \cos \alpha + \rho_1 h \ddot{u}_2) \delta(y_1)$. Here u_1, u_2 are the movements of the points of the half-space.

The solution of the problem is obtained using the integral Fourier transform of the variable y_1 . The solution is presented in a general form for the cases of unequal and equal roots of the characteristic equations, for different materials of the elements of a multilayered medium, the conditions of their connection, and for any speed of movement of the surface load.

Materials with the Bartenev-Khazanovich potential and harmonic potential were considered for numerical analysis. The impact of the moving load, initial stresses and mechanical parameters of the elements of the layered base on the main characteristics of its stress-strain state was studied.

1. Guz' A.N. Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. – Kyiv: «A.C.K», 2004. – 672 p.

Голуб Владислав Петрович, доктор техн. наук, професор

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка Національної Академії Наук України

e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Плащинська Алла Вікторівна, кандидат техн. наук, старший науковий співробітник

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка Національної Академії Наук України

e-mail: plashchynska.alla@gmail.com

ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИЙ СПОСІБ РОЗРАХУНКУ КІНЕТИКИ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРІЩИН ВТОМИ В ТОНКИХ ПЛАСТИНАХ

Голуб В.П., Плащинська А.В.

Розглядається задача кінетики тріщин втоми в тонких ізотропних пластинах. Розв'язок побудований на основі двостадійної моделі розповсюдження тріщин втоми [1], де в якості основного фактору руху тріщини розглядається накопичення пошкодження $\omega(x, n)$ в матеріалі пластини в процесі навантаження. Еволюційне рівняння накопичення пошкоджень внаслідок втоми задається у формі степеневого рівняння Качанова. Початкові умови для інкубаційної стадії $0 \leq n \leq n_*$ та стадії розповсюдження тріщини втоми $n_* < n \leq n_R$ наступні: $\omega(x, n) = 0$, для $\forall x$ при $n = 0$; $\omega(x, n) = 1$ для $x = x_0$ при $n = n_*$ та $\omega(x, n) = 1$ для $x > x_0$ при $n = n_R$ - умови руху фронту руйнування для інкубаційної та стадії розповсюдження тріщини, відповідно. Інтегральне рівняння руху фронту руйнування тріщини втоми з врахуванням зазначених початкових умов отримано у вигляді

$$\int_0^1 [1 - \omega(x, n)]^q d\omega = D \left\{ \int_0^{n_*} [\Delta\sigma_{yy}(x, \tau)]^q d\tau + \int_{n_*}^n [\Delta\sigma_{yy}(x, \tau)]^q d\tau \right\} \quad (1)$$

де $\Delta\sigma_{yy}(x, n)$ – розмах напружень в околі вершини тріщини на момент часу n ; n_R - час до руйнування, D, q – коефіцієнти, що характеризують інтенсивність накопичення пошкоджень. Наближений аналітичний розв'язок [1] будується шляхом зведення (1) до нелінійного інтегрального рівняння Вольтера 1 роду та застосування властивостей перетворень Лапласа

Для врахування історії накопичення пошкоджень [2] вздовж напрямку розповсюдження тріщини вважається, що на момент часу $n \geq n_*$ в кожній точці x_j на лінії тріщини накопичується пошкодження $\omega(x, n) = \omega(x_j, n)$, а умовою локального руйнування є $\omega(x_j, n) = 1$ в момент часу $n = n_{R_i}$. Інтегральне рівняння руху фронту руйнування має вигляд

$$\sum_{i=0}^N \int_{\omega(n_i, x_j)}^{\omega(n_{i+1}, x_j)} [1 - \omega(n, x_j)]^q d\omega = D \sum_{i=0}^N \int_{n_i}^{n_{i+1}} (\Delta\sigma_{yy}(n, x_j))^q dn, \quad i = 0 \dots N, \quad j = i \dots N \quad (2)$$

та розв'язується чисельно методом рекурсії. Залежності довжини тріщини втоми від числа циклів навантаження отримані з (1) та (2) задовільно узгоджуються з запозиченими даними експериментів.

1. Голуб В.П., Плащинская А.В. К теории роста усталостных трещин нормального отрыва в тонких изотропных пластинах конечных размеров при одноосном растяжении – сжатии // Прикладная механика – 2018. - Т.54, №2. – С.79-99.
2. Плащинська А.В. Щодо способу розрахунку кінетики накопичення пошкодження вздовж фронту тріщини втоми в тонких пластинах // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, серія фізико-математичні науки. – 2021. – №3. – С. 89-92

Городецька Наталія Сергіївна, доктор фіз.-мат. наук, професор,
Інститут гідромеханіки НАН України,
 e-mail: nsgihm@gmail.com;

Щербак Тетяна Володимирівна кандидат фіз.-мат. наук, старший викладач кафедри вищої та
 прикладної математики,
Національний університет біоресурсів і природокористування України
 e-mail: mirtanya@gmail.com

ФАКТОРИ, ЯКІ ВПЛИВАЮТЬ НА ПРОЗОРИСТЬ МЕЖІ В СКЛАДЕНОМУ ПРУЖНОМУ ХВИЛЕВОДІ

Городецька Н.С., Щербак Т.В.

В роботі проведено аналіз трансформації енергії першої нормальної хвилі на межі розділу в хвилеводі, який утворено жорстким контактом двох півшарів однакової товщини, але з різними механічними характеристиками. Розглядалися повздовжні і згинні коливання. Математичні труднощі поставленої граничної задачі обумовлені наявністю степеневих особливостей по напруженням в кутовій точці на межі півшарів. Розв'язок був побудований методом суперпозиції, що дозволило врахувати локальну особливість поля напруження через асимптотичні особливості невідомих. Критерієм якості отриманого розв'язку був контроль точності виконання закону збереження енергії та виконання умов спряження на межі двох півшарів. В роботі основна увага була зосереджена на встановленні факторів, які впливають на прозорість межі розділу в залежності від частот, симетрії коливань і співвідношення механічних характеристик півшарів. Для обох видів симетрії розглядався діапазон частот до критичної частоти для третьої поширюваної нормальної хвилі. Проаналізовано роль різних типів нормальних хвиль на зміну прозорості межі. Було встановлено, що як для симетричних, так і для антисиметричних коливань складеного хвилеводу існують частотні діапазони, в яких прозорість межі суттєво змінюється. Частоти, на яких спостерігається локальні максимуми енергії у відбитому полі, для симетричних і антисиметричних коливань різні. Порівнюючи трансформацію енергії падаючої хвилі для однакової пари матеріалів було знайдено, що при симетричних коливаннях збільшення прозорості межі відбувається в більш низькочастотному інтервалі ніж збільшення відбиваючих властивостей. При антисиметричних коливаннях навпаки. Ефективність відбиття-проходження енергії для різних типів симетрії також суттєво різна.

Для обох типів симетрії коливань визначальне значення має значення в якому полі пройдену або відбитому раніше з'являються нормальні хвилі, що поширюються. Поява нормальних хвиль вищих порядків призводить до зміни прозорості межі для обох типів симетрії. Ефективність трансформації енергії залежить від співвідношення імпедансів контактуючих півшарів і від того, в якому полі відбитому чи пройдену моди вищих порядків з'являються раніше. Для симетричних коливань локальний максимум енергії у пройдену полі може спостерігатися на частоті, коли в обох півшарах поширюються тільки по одній хвилі. Цей ефект обумовлений збільшенням ролі неоднорідних хвиль у пройдену полі. Не дивлячись на те, що неоднорідні хвилі енергію не переносять, вони значним чином перебудовують структуру хвильового поля, що призводить до різкої зміни прозорості межі.

При антисиметричних коливаннях локальні максимуми обумовлені енергетичними особливостями поширюваних хвиль вищих порядків, а неоднорідні хвилі не проявляють резонансну поведінку. Добротність резонансу енергії в розсіяному полі виявилась також значно залежною від симетрії коливань. При симетричних коливаннях вона значно більша ніж при антисиметричних. Встановлені особливості розсіяного поля дозволяють розробляти рекомендації щодо оцінки прозорості межі в складеному хвилеводі.

Gorodetskyi Viktor G., candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
 e-mail: v.gorodetskyi@ukr.net

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A HYDRO-PULSE SYSTEM WITH A NONLINEAR SPRING ELEMENT

Gorodetskyi V. G.

The dependence of the modes of the hydro-pulse system on the parameter values of its mathematical model was studied. The object of the study is a single-mass model of a real hydraulic hammer [1], built on the basis of d'Alembert's principle:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + C(x)x = F(t), \quad (1)$$

where m is the consolidated mass of the hydraulic hammer, b is the damping coefficient, $C(x)$ is the nonlinear stiffness, $F(t)$ is the force of external action. We considered the case when $C(x) = c_0 + c_1x^2$, where c_0, c_1 are constants, and $F(t) = P \sin(\omega t + \varphi_0)$, where P is the amplitude, ω is the circular frequency of oscillations, and φ_0 is the initial phase.

According to the recommendations [1], it was adopted: $m = 65 \text{ kg}$, $b = 520 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$, $\omega = 31.416 \text{ rad/s}$, $c_0 = 1.5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$, $c_1 = 1.5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$, $P = 3.595 \cdot 10^4 \text{ N}$. To analyze the model, equation (1) was transformed into a system

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -(b/m)x_2 - (C(x_1)/m)x_1 + F(t)/m, \end{cases} \quad (2)$$

where $x_1 = x$.

The dependence of the model's behavior on its parameters m , b , c_1 was investigated. It turned out that depending on the values of the parameters, the model can have a periodic mode of operation, an almost periodic mode, a period doubling mode, and a mode of deterministic chaos [2]. Phase portraits of system (2) for some modes are shown in Fig. 1.

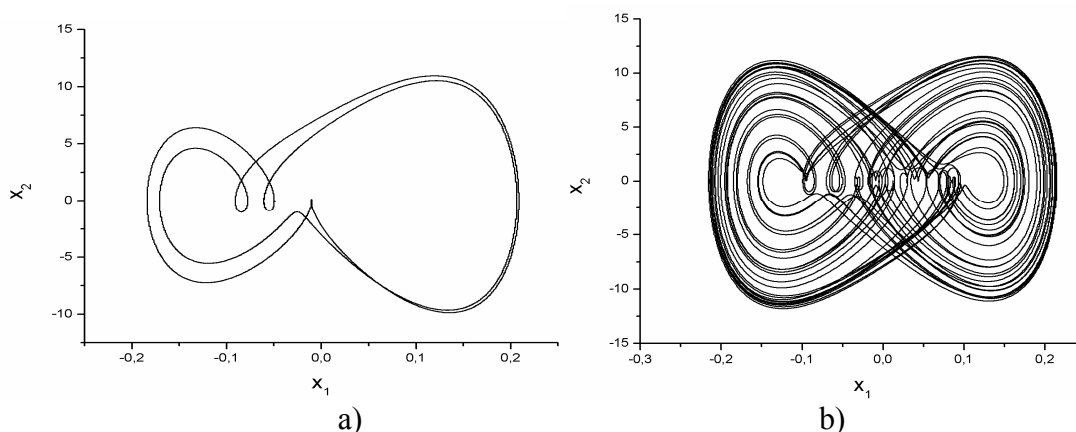


Fig. 1 Phase portraits of system (2): a) period doubling mode at $b = 585$, b) chaotic mode at $b = 300$

1. Slidenko V.M. Mathematical modeling of shock-wave processes of hydro-pulse systems of mining machines / V.M. Slidenko, O.M. Slidenko. - K., 2017. – 220 p. (in Ukrainian).
2. Shvets A.Yu., Sirenko V.O. Peculiarities of Transition to Chaos in Nonideal Hydrodynamics Systems // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM) Journal, 2012, № 2. – p. 303-310.

Горошко Іван Олегович, кандидат фіз.-мат. наук,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: igoroshko@ukr.net

Андрущенко Володимир Олександрович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: andruschenko.v.a@gmail.com

Нікітенко Віктор Миколайович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: nivini55v@gmail.com

Кір'єв Анатолій Михайлович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: amkir@i.ua

ЧИСЕЛЬНЕ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЛОКАЛІЗОВАНИХ І ОБ'ЄМНИХ РЕЗОНАНСІВ У ПРУЖНИХ ПЛАСТИНАХ ЗІ СКЛАДНИМИ УМОВАМИ НА КІНЦЯХ

Горошко І.О., Андрущенко В.О., Нікітенко В.М., Кір'єв А.М.

При дослідженні процесів, що відбуваються в механічних системах різного типу, значну роль відіграє комп'ютерне моделювання, перш за все з використанням методу скінченних елементів, а також методу скінченних об'ємів (переважно стосовно задач гідромеханіки). На сьогоднішній день створено велику кількість професійних програмних засобів (ANSYS, Abaqus, MSC Nastran і Marc тощо), які ґрунтуються на цих методах. Вони широко застосовуються як у науці, так і, перш за все, в інженерії при розробці і проектуванні сучасних технічних систем різноманітного призначення. Однак до вказаних систем промислового класу, які є досить дорогими (хоча звичайно й мають дешевші академічні чи навіть безплатні студентські версії з ліцензіями різного типу), достатньо близько за якістю примикають безплатні скінченно-елементні пакети. Серед найбільш потужних і популярних слід вказати CalculiX, Code_Aster, Elmer FEM та ін. Достатньо повний список різних пакетів і бібліотек різного класу міститься в [1]. Вказані вільні пакети добре підходять для моделювання широкого спектра механічних (і не лише) процесів, у тому числі коливань твердотільних структур, що у випадку даного дослідження становить основний інтерес. Також слід зауважити, що при розв'язанні задач на власні значення для визначення резонансних частот при збудженні коливань за допомогою п'єзоелементів, оскільки при резонансі вони працюють практично в режимі короткого замикання. При цьому для опису поведінки п'єзоматеріалу замість повної електропружної моделі (див., напр., [2]), поклавши напруженість електричного поля $E = 0$, можна скористатися спрощеною моделлю звичайного анізотропного пружного тіла.

У попередній роботі [3] було здійснено експериментальне та чисельне дослідження впливу на частоти крайових резонансів зміни умов на кінцях пружних пластин, викликаних наявністю накладок з іншого матеріалу у вигляді наклеєних на них п'єзопластин. У даній роботі викладаються результати досліджень, які стосуються чисельного моделювання з акцентом на застосування вільних скінченно-елементних пакетів та експериментального дослідження локалізованих і об'ємних резонансів у пружних пластинах зі складними умовами на кінцях.

1. List of finite element software packages [Електронний ресурс] // Вікіпедія вільна енциклопедія. – 2023. – Режим доступу:

https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages

2. Гринченко В.Т. Электроупругость / В.Т. Гринченко, А.Ф. Улитко, Н.А. Шульга. – Киев: Наук. думка, 1989. – 280 с.

3. Андрущенко В.О. Експериментальне та чисельне дослідження крайових резонансів у пружних пластинах з накладками на кінцях / В.О. Андрущенко, І.О. Горошко, В.М. Нікітенко // Сучасні проблеми механіки : тези VI Міжнар. наук. конф., Київ, 30-31 серп. 2021 р. / М-во освіти і науки України, Київ. нац. ун-т імені Тараса Шевченка. – Київ, 2021. с. 10.

Горський Юрій Вікторович¹, провідний інженер,
e-mail: yuragv@ukr.net

Краснопольська Тетяна Сігізмундівна¹, доктор. фіз.-мат. наук., професор,
e-mail: krasnopolska1005@gmail.com

Герт Ян Ф. ван Хейст², професор,
e-mail: g.j.f.v.heijst@tue.nl

Філімонов Віталій Юрійович¹, кандидат тех. наук., ст. науковий співробітник,
e-mail: vityf8201@gmail.com

¹Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна

²Технологічний Університет Ейндховена, Ейндховен, Нідерланди

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗБУДЖЕННЯ ХРЕСТОПОДІБНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ У ВОДІ В «СПІВАЮЧИХ БОКАЛАХ» ПРИ ВИПРОМІНЮВАННІ БОКАЛАМИ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ

Горський Ю. В., Краснопольська Т.С., ван Хейст Г.Я.Ф, Філімонов В. Ю.

Доцільність та актуальність даної теми наукових досліджень визначається широким проявом хрестоподібних хвиль у басейнах скінчених розмірів. Такі хвилі спостерігаються в експериментах з різноманітними елементами конструкцій, які рухаються в рідині, в широко розповсюджених «співаючих бокалах» та в корабельній динаміці сучасних суден.

Вивченню утворення та побудові математичних моделей, які пояснюють появу хрестоподібних хвиль в різнорідних басейнах, присвячено велику кількість теоретичних і експериментальних робіт, у яких накопичено багато цікавих і неочікуваних результатів, що показують складну структуру перекачки енергії від коливальних хвилепродукторів в коливання і хвилі в рідині. І все ж зроблено порівняно мало для отримання чіткого представлення про те, як відбувається їхня генерація в басейнах скінчених розмірів, тому що в закордонних дослідженнях використовуються тільки математичні рішення для хвиль в напівнескінчених басейнах.

За допомогою методу суперпозиції пояснюється поява і структура хрестоподібних хвиль на вільній поверхні рідини, що міститься в «співаючому бокалі». Хрестоподібні хвилі на поверхні води мають гребені, перпендикулярні віброуючій стінці бокала, яка приводиться в рух зволоженням пальцем, що рівномірно рухається вздовж краю бокала. Згідно з експериментальними дослідженнями, поздовжні хвилі мають чотири вузли (тобто охоплюють дві хвилі) в азимутальному напрямку. Для математичного пояснення появи двох хвиль на поверхні води у бокалах можна побудувати лінійну модель, тоді як для хрестоподібних хвиль було виведено нелінійні параметричні рівняння. Графічне представлення висоти вільної поверхні води за апроксимацією трьома власними модами показує основні особливості хвильових моделей, що спостерігаються у «співаючому бокалі».

Grigorenko Alexandr Yaroslavovych, Dr Sci., Prof.,
S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com
 Müller Wolfgang H., Dr. rer. nat., Prof.,
Berlin University of Technology, Berlin, Germany,
 e-mail: whmueller1000@gmail.com
 Loza Igor Andrievych, Dr Sci., Prof.,
National Transport University, Kyiv, Ukraine,
 e-mail: lozaigor1956@gmail.com

STUDYING SELECTED DYNAMICAL PROBLEM OF PIEZOCERAMIC CYLINDRICAL BODIES BASED ON DISCRETE-CONTINUAL APPROACH

Many constructive elements of modern engineering and building structures have the cylindrical form with a complex inhomogeneous architecture made of modern materials (composite, functionally-gradient, piezoceramic) which reveal anisotropy of physical-mechanical properties. The wide application of the shell systems is attributed to the tendency to satisfy the requirements caused by severe operation conditions of various constructive elements of modern engineering as well as to the probability of choice of rational parameters of strength and service reliability under the above conditions. Investigation of the stress-strain state and free vibrations of anisotropic inhomogeneous shells comes up against great difficulties contributed to solving boundary-value problems for partial differential equations with variable coefficients.

In view of wide application of modern computational facilities presented by computers with large memory and high operation speed, the approaches to design various aspects of mechanical performance of shell structures at present are based in main on numerical methods of problem solving. The universal up-to-date numerical methods making it possible to solve various classes of the problems of the shell theory are developed. These so-called discrete methods are based on the reduction of initial partial differential equations to the systems of high-order algebraic equations. element ones. The finite-element method, due to its universality and algorhythmicity, today is the first one by use. Based on various modifications of this method, the NX NASTRAN, ANSYS, SIMULA Abaqus, PLAXIS, a.o. software packages have been developed which are widely used in solving static and dynamic problems of the shell and the elasticity theories. However, along with the universal discrete approaches to solving problems of the shell and elasticity theories, the so-called discrete-continual methods are widely applied. The general idea of these methods consists in reduction of original two-dimensional (three-dimensional) problems by making use one or other transformations to linear one-dimensional boundary-value problems, which are solved numerically with the discrete-orthogonalization method, particularly [1, 2]. The discrete-continual approaches can be considered as alternative to the universal numerical methods since they are applied as a rule to analysis of shell objects of a certain class. The solutions obtained with them can occur to be more effective and accurate that makes it possible for these methods to be employed in testing various discrete approaches being modified. The solving some classes of the stationary dynamic problems of the behavior of the homogeneous and nonhomogeneous the piezoceramic cylindrical bodies with based on the discrete-continual approach that include the, spline-collocation and the stable numerical methods of discrete orthogonalization are presented.

- [1] A. Ya. Grigorenko, W.H. Müller, Ya. M. Grigorenko, G.G. Vlaikov G.G, Recent developments in anisotropic heterogeneous shell theory. General theory and applications of classical theory, Vol. I, Springer, Berlin, 2016.
- [2] A. Ya. Grigorenko, W.H. Müller, I.A. Loza, Selected Problems in the Elastodynamics of Piezoceramic Bodies, Springer, 2021.

VII міжнародна наукова конференція "СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ"
28-30 серпня 2023, Київ, УКРАЇНА

Грінченко Віктор Тимофійович, академік НАН України, доктор фіз.-матем.наук, професор
Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна,
e-mail: vgrinchenko@yahoo.com;
Маципура Володимир Тимофійович, доктор фіз.-матем.наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: mnivtt@gmail.com

**ПРО СИНГУЛЯРНОСТІ В ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ
СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА**

Грінченко В.Т., Маципура В.Т.

Практично перші кроки в пізнавальному процесі механічних закономірностей навколишнього світу були пов'язані з використанням специфічних об'єктів, що не мали прямих аналогів в природі. Можливо першим прикладом такого об'єкту є матеріальна точка, об'єкт, що не має об'єму, але має масу. Широко використовуються при математичному моделюванні поняття монополя, диполя, квадруполя та сингулярностей більш високого порядку – мультиполів. Основна увага в доповіді зосереджена на аналізі конкретних моделей, в яких виникнення сингулярностей зумовлено наявністю кутових точок в області існування поля. Оцінюється роль сингулярностей у формуванні особливостей розсіювання хвиль конструкціями, створеними в рамках технології стелс. Розглядається обґрунтованість традиційного підходу до використання сингулярності при аналізі обтікання профілів крила.

Грінченко Віктор Тимофійович, доктор фіз.-мат. наук, академік, інститут гідромеханіки,
Національна академія наук України, Київ, Україна,
e-mail: grinchenko@nas.gov.ua;

Вовк Ігор Володимирович, доктор фіз.-мат. наук, професор, інститут гідромеханіки,
Національна академія наук України, Київ, Україна,
e-mail: vovkiy@nas.gov.ua;

Гусак Віталій Олександрович, аспірант, механіко-математичний факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: gusakw7@gmail.com;

Маципура Володимир Тимофійович, доктор фіз.-мат. наук, професор, механіко-математичний
факультет,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: mnivtt@gmail.com

ВЛАСТИВОСТІ ШУМОЗАХИСНОГО БАР'ЄРУ З КЕРОВАНОЮ ДИФРАКЦІЄЮ НА КРОМЦІ

Грінченко В.Т., Вовк І.В., Гусак В.О., Маципура В.Т.

На основі методу часткових областей отримано розв'язок задачі про розсіювання звуку на шумозахисному бар'єрі. Використовуючи поточкове спряження полів на границях часткових областей, розроблено ефективний алгоритм для проведення чисельного аналізу звукового поля в околі бар'єру в діапазоні частот цікавому для практики. Показано, що використання середньоквадратичного наближення та поточкового спряження полів на границях часткових областей в задачі про розсіювання звуку на класичному бар'єрі дають хороший збіг розрахункових значень полів для двох варіантів спряження полів. Поточкове спряження полів дозволяє відносно легко побудувати обчислювальний алгоритм. При цьому збільшення кількості вузлових точок дозволяє впевнено підвищувати точність спряження звукових полів.

Показано, що для частот вище резонансної частоти є смуга частот, в якій спостерігається провал у частотній характеристиці інтегрального критерію бар'єру. Це свідчить про перевагу бар'єру із резонатором. Зі зростанням резонансної частоти ця смуга частот збільшується. На більш високих частотах відмінність ефективності між традиційним бар'єром і бар'єром з резонатором згладжується. Тому бар'єр з резонатором особливо ефективний за наявності вузькосмугового джерела шуму, коли проблемні частоти відносно невисокі. Показано, що на частотах нижче резонансних спостерігаються ситуації, за яких ефективність бар'єру з резонатором гірша, ніж у класичного бар'єру.

1. Грінченко В.Т., Вовк І.В., Маципура В.Т. Основи акустики. – Київ: Наукова думка, 2007. – 640 с.

2. Grinchenko V. T., Vovk I.V., Matsypura V.T. Acoustic wave problems. – New York: Begell House, Inc., 2018 – 439 p.

3. Kotzen B., English C. Environmental noise barriers. – London/New York: Spon Press, 2009 – 282 p.

4. Осипов Л., Бобылев В., Борисов Л. Звукоизоляция и звукопоглощение. – М: Астрель, 2004. – 450 с.

Горчаков Олексій Олександрович, студент 6 курсу фізико-математичного факультету,
Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: jarkaftres@gmail.com;

Швець Олександр Юрійович, доктор фіз.-мат. наук, професор, Національний технічний
університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: aleksandrshvetskpi@gmail.com

СЦЕНАРІЙ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПЕРЕМІЖНОСТІ У СИСТЕМІ ЛОРЕНЦА

Горчаков О.О., Швець О.Ю.

При дослідженні процесу виникнення детермінованого хаосу в механічних динамічних системах велика увага приділяється вивченню процесів переходу від регулярних усталених режимів до хаотичних, а також переходам від хаотичного атрактора одного типу до хаотичного атрактора іншого типу. Послідовності біфуркацій, при яких відбуваються переходи до хаосу, називаються сценаріями переходів до хаосу. Незважаючи на величезну різноманітність існуючих динамічних систем (зокрема механічних систем) перехід до хаосу відбувається за трьома основними типами сценаріїв. Це перехід до хаосу через нескінченний каскад біфуркацій подвоєння періоду граничних циклів, так званий сценарій Фейгенбаума. Перехід до хаосу через переміжність, так званий сценарій Манневілля-Помо. І, нарешті, третя група сценаріїв включає переходи до хаосу через руйнування інваріантних торів.

Останнім часом було описано кілька нових сценаріїв переходів до хаосу [1–2]. Такі нові сценарії є узагальненнями відомих сценаріїв Фейгенбаума і Маневілля-Помо. Але реалізація таких нових сценаріїв була знайдена лише у неідеальних, за Зоммерфельдом-Кононенком, динамічних системах. Виявляється реалізація таких нових сценаріїв можлива й у класичних (ідеальних) механічних динамічних системах. В даній роботі встановлена можливість переходу до хаосу за новим сценарієм узагальненої переміжності у класичній системі Лоренца.

1. Shvets A. Yu., Sirenko V. A., Scenarios of Transitions to hyperchaos in Nonideal Oscillating Systems, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 243, No. 2, November, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04543-z>
2. Shvets A., Overview of Scenarios of Transition to Chaos in Nonideal Dynamic Systems, Springer Proceedings in Complexity. Springer, Cham. pp. 853-864, 2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-70795-8_59

Katica R. (Stevanović) Hedrih, Dr. Sci., Full Prof., Academician of Academy of Sciences of Higher School of Ukraine,
Mathematical Institute of Serbian Academy of Science and Arts, Serbia
E-mail: katicah@mi.sanu.ac.rs, khedrih@sbb.rs

A NEWLY CONSTRUCTED CYLINDRICAL ORTHOGONAL CURVILINEAR COORDINATE SYSTEM OVER A SERIES OF REVOLVING SURFACES: THEOREMS OF PROPERTIES AND NONLINEAR DYNAMICS OF ROLLING A HEAVY BALL ON ITS COORDINATE SURFACES

(In the memory of my Professor academician Yuri Alekseevich Mitropolski and my Ukrainian colleagues academicians Oleg Oleksandrovich Gorosko and Pavel Harlamov, and dr Valentina Filchakova and Tanya Feschenko)

We present a newly constructed cylindrical orthogonal curvilinear functional coordinate system with curvilinear coordinate lines over a series of revolving surfaces. We present the geometry and properties of those coordinate curvilinear systems and the corresponding base vectors of the tangent space of the kinetic point position vector in that system of curvilinear coordinates. The matrix elements of the metric tensor and the Cristofel coefficients were determined. The derivatives of those base vectors, as well as the angular velocities of rotation of the base vectors and changes in the intensity of the base vectors during the movement of the kinetic point, were determined. A number of theorems on the properties of this newly constructed functional orthogonal curvilinear coordinate system have been defined.

Then, the results of the research of the nonlinear dynamics of rolling, without slipping, heavy, homogeneous and isotropic balls on revolving surfaces are shown in the general case, as well as in special cases of revolving surfaces. We show that in all cases, with a suitable choice of coordinates in the radial and circular direction, it is easy to prove that the velocity of the center of mass of the rolling ball has two components, one in the circular direction and the other in the meridional plane. It is easy to show the existence of a cyclic integral and that the circular coordinate is circular. This allows one to derive a nonlinear differential equation of nonlinear dynamics, rolling a heavy ball, without slipping, which depends only on one independent generalized coordinate, even though the rolling of a heavy ball on revolving surfaces is a system with two degrees of freedom of movement. A number of theorems on the properties of the nonlinear dynamics of rolling a heavy ball on revolving surfaces have been defined. It is shown that the rolling of a heavy ball on revolving surfaces is a system with stationary holonomic, purely geometric constraints and with two degrees of freedom of motion, neglecting its own self-rotation, assuming that there is no separation and that the ball is all time of motion in contact with a revolving surface.

The condition of separation of the ball from the revolving surface is also analyzed, when the force at the point of contact between the ball and the revolving surface is equal to zero.

1. Hedrih (Stevanović), R. K., *Rolling heavy ball over the sphere in real $Rn3$ space*, Springer - Nonlinear Dyn (2019) 97:63–82, <https://doi.org/10.1007/s11071-019-04947-1>.
2. Demčenko, V., *Kotrljanje bez klizanjagirokopskelopteposferi* (Rolling without slipping a gyroscopic ball on a sphere), doktorskadisertacija, odbranjenapredKomisijom u sastavu (doctoral dissertation defended before the Commission composed of): A. Bilimović, M. Petrović, Milanković; University of Belgrade, Novem. 15, 1923, pp. 1-94. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/13/browse?value=Dem%C4%8Denko%2C+Vasilije&type=author>
3. Hedrih (Stevanović), R. K., *Linear and non-linear transformation of coordinates and angular velocity and intensity change of basic vectors of tangent space of a position vector of a material system kinetic point*, The European Physical Journal Special Topics, 230(18-20), 3673-3694. EPJS-D-21-00010R1) DOI: 10.1140/epjs/s11734-021-00226-6, ISSN 1951-6355; <https://www.editorialmanager.com/epjs/Default.aspx>
4. Rašković, D. *Theory of oscillations*, (Theory of oscillations). (In Serbian), Naučna knjiga, Belgrade, Serbia, 1965. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/4754>.
5. Petrović, M., *Elementimatematičkefenomenologije* (Elements of mathematical phe-nomenology), Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1911.P. 891. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/476?locale-attribute=sr>.
6. Hedrih (Stevanović), R. K., *Rolling a heavy ball on a revolving surface* (Springer Proceedings NODYCON rome 2023, accepted for publishing).

Даляк Тарас Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
лабораторія моделювання демпфуючих систем Інституту прикладних проблем механіки і
математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: tdalyak@gmail.com

Шацький Іван Петрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
лабораторія моделювання демпфуючих систем Інституту прикладних проблем механіки і
математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: ipshatsky@gmail.com

ПРО КРИХКЕ РУЙНУВАННЯ ТІЛА З ЧАСТКОВО ЗАЛІКОВАНОЮ ЗІРЧАСТОЮ ТРІЩИНОЮ

Даляк Т. М., Шацький І. П.

Експрес-методика оцінки міцності тіла з частково залікованою тріщиною [1] у цьому повідомленні використовується для моделювання реновації тіла із зіркоподібним дефектом циклічно-симетричної структури. Тріщина у деформованому тілі розуміється як поверхня розриву переміщень. Якщо у деякій підобласті цієї поверхні відновити суцільність тіла, то дістанемо новий об'єкт – частково заліковану тріщину. Реологія з'єднувального шару не враховується, однак питома поверхнева енергія γ_h на залікованій ділянці загалом є інакшою, ніж γ_0 у суцільному тілі. Таким чином, маємо задачу механіки тріщин у однорідному за пружними властивостями та неоднорідному за тріщиностійкістю тілі. Ступінь заліковування тріщини описували двома параметрами: відношенням тріщиностійкостей матеріалів з'єднання та тіла: $\eta = \sqrt{\gamma_h / \gamma_0}$ та відношенням площі залікованої ділянки та площі початкової тріщини: $\psi \in [0, 1]$. Ефективність заліковування шукали як відношення граничних навантажень для залікованої та первинної тріщини: $\chi = p_h / p_0$.

У межах припущень плоскої задачі теорії пружності розглядали площину із зірчастою N -ланковою тріщиною за умов всебічного розтягу.

У разі заліковування поблизу вершин зірчастий розріз складається з укорочених ланок. Тоді ефективність заліковування $\chi = \eta / \sqrt{1 - \psi}$ не залежить від N .

У разі заліковування від центра симетрії отримуємо циклічну систему внутрішніх укорочених дефектів. Тоді

$$\chi = F^0(N) \sqrt{\frac{2}{1 - \psi}} \min \left\{ \frac{\eta}{F^-((1 - \psi) / (1 + \psi), N)}, \frac{1}{F^+((1 - \psi) / (1 + \psi), N)} \right\},$$

де $F^0(N)$, $F^\pm(\lambda, N)$ – відомі функції [2] у виразах коефіцієнта інтенсивності напружень відповідно для зірчастої тріщини з ланками $r \in [0, l_0)$ та для циклічної системи радіальних внутрішніх тріщин з ланками $r \in (a, b)$: $k_1^0 = pF^0(N)\sqrt{\pi l_0}$; $k_1^\pm = pF^\pm(\lambda, N)\sqrt{\pi l}$, $\lambda = (b - a) / (b + a)$, $l = (b - a) / 2$.

Детально вивчено залежності функції χ від параметрів η, ψ та N .

1. Шацький І. П. Гранична рівновага пластини з частково залікованою тріщиною / І. П. Шацький // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – Т. 51, № 3. – С. 25–31.

2. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т. / Под ред. Панасюка В. В. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т.2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / Саврук М. П. – 1988. – 620 с.

Жук Ярослав Олександрович, професор, член-кореспондент НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: y.zhuk@i.ua

ІСТОРІЯ МЕХАНІКИ В КИЇВСЬКОМУ УНІВЕРСИТЕТІ (ДО 160-ЛІТТЯ КАФЕДРИ ТЕОРЕТИЧНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ)

Жук Я.О.

Викладання механіки у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка почалось з лекцій, прочитаних в Імператорському Університеті св. Володимира в курсі лекцій з фізики (1834) та прикладної математики (1836). До програми курсу фізики увійшли лекції по законах рівноваги сил, прикладених до тіл, читався окремий курс динаміки: лекції про вільний рух матеріальної точки в середовищі з опором по кривій лінії по поверхні, рух планет та комет, рух незмінної системи довкола нерухомої лінії, точки та вільний її рух, моменти інерції, співудар тіл, рух рідин нестисливих та пружних.

За новим статутом у 1863 році на основі кафедри прикладної математики була створена кафедра механіки. Першим завідувачем кафедри механіки став проф. І. І. Рахманінов, ректор університету у 1881-1883. Далеко не повний список науковців і викладачів, які в різні роки зробили значний внесок у розвиток механіки і методів її викладання на кафедрі теоретичної та прикладної механіки: В.П. Єрмаков, Г.К. Суслов, П.В. Воронець, О.П. Котельніков, М.М. Шіллер, Д.О. Граве, Ю.Д. Соколов, В.Є. Дяченко, І.Я. Штаєрман, М.О. Кільчевський, М.М. Сідляр, А.Л. Наумов, О.Ю. Ішлінський, О.О. Назаров, О.О. Горошко, А.Ф. Улітко, В.В. Мелешко, О.Ю. Жарій, Г.М. Зражевський, В.Т. Маципура, О.І. Кухтенко, В.О. Кононенко, Грінченко В.Т. та інші.

ОСНОВНІ НАУКОВІ НАПРЯМКИ РОБОТИ:

- Розробка теоретичних і експериментальних методів розрахунку і визначення властивостей елементів перспективної високонадійної техніки на базі застосування сучасних п'єзокерамічних і п'єзокварцевих матеріалів у хвильових твердотільних гіроскопах, дзеркалах адаптивної оптики, п'єзодвигунах, векторних гідроакустичних п'єзоприймачах, а також створення алгоритмів і систем моніторингу їх властивостей в процесі експлуатації з використанням модального аналізу і еволюції резонансних спектрів пружних коливань.
- Розробка адекватних фізично узгоджених математичних моделей і спеціалізованого програмного забезпечення для розв'язання задач механіки зв'язаних полів, дослідження напружено-деформованого стану поверхонь в околі контакту з врахуванням пружних властивостей індентора, а також визначення створюваних граничних механічних напружень для оцінки можливостей виникнення в матеріалі фазових переходів.
- Розробка методів розв'язання різних класів задач механіки зв'язаних полів в матеріалах і елементах конструкцій, зв'язаних задач термомеханіки та термоелектромеханіки фізично нелінійних матеріалів при гармонічному навантаженні, механіки композиційних матеріалів, нелінійної динаміки, нано- і мікромеханіки.

1. Професори Київського університету: короткий біографічний довідник / Гол. ред. Губерський Л. В., наук. ред. Ю. В. Латиш. - К.: Київський університет, 2019. - 634 с.

2. Сайт кафедри теоретичної та прикладної механіки: <http://tamd.univ.kiev.ua>

Жук Олександр Петрович, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник,
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна;
 e-mail: zhuk@inmech.kiev.ua

Жук Ярослав Олександрович, професор, член-кореспондент НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: y.zhuk@i.ua

Клімчук Тарас Володимирович, канд. фіз.-мат. наук, асистент
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: tarasyniv@ukr.net

ВЗАЄМОДІЯ СИСТЕМИ СТОРОННІХ ОБ'ЄКТІВ В РІДИНІ, ОБУМОВЛЕНА СИЛАМИ АКУСТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Жук О.П., Жук Я.О., Клімчук Т.В.

Досліджено динаміку сторонніх об'єктів, підданих дії сил акустичного випромінювання. Використано метод [1], що ґрунтується на визначенні потенціалу акустичного поля в рідині, який відповідає первинній акустичній хвилі і хвилям, розсіяним на об'єктах в рідині. Як сторонні об'єкти розглядаються дві сферичні краплі іншої рідини, або дві тверді сферичні частинки за умови, що акустична хвиля поширюється вздовж прямої, яка з'єднує центри сферичних об'єктів. Особливість методу – обчислення тиску з точністю до величин другого порядку проводиться з використанням потенціалу поля швидкості в лінійному наближенні

$$\Delta\Phi - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Первинну акустичну хвилю визначимо потенціалом, який є розв'язком рівняння (1)

$$\Phi_i = A \exp[i(kz - \omega t)], \quad (2)$$

де A – амплітуда, $k = \omega/a_0$ – хвильове число, a_0 – швидкість звуку в рідині, ω – колова частота. Хвиля поширюється вздовж осі Oz , на якій знаходяться центри сферичних об'єктів. Потенціали $\Phi^{(s)}$ ($s=1,2$) розсіяних на об'єктах хвиль є розв'язками задачі дифракції хвилі (2) на сферичних об'єктах, при умові, що швидкість звуку в рідині краплі a_s , а її густина ρ_s (рідини в краплях можуть бути різними ($s=1,2$)). З кожним сферичним об'єктом зв'язана локальна сферична система координат $O_s r_s \theta_s \varphi_s$ ($s=1,2$), в якій представлено відповідний потенціал $\Phi^{(s)}$ розсіяної на об'єкті s хвилі узагальненими рядами Фур'є по сферичних хвильових функціях. При задоволенні граничних умов на поверхні кожного з об'єктів потенціал хвильового поля в зовнішній рідині за допомогою теорем додавання [2] поданий в кожній з локальних систем сферичних координат. Цей потенціал, визначений при використанні граничних умов, дозволяє обчислити тиск в рідині [1]

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho_0 (\text{grad} \Phi)^2 + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{a_0^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2, \quad (3)$$

з точністю до величин другого порядку мализни, а, отже, і гідродинамічну силу, яка діє на об'єкт за допомогою інтеграла від тиску (3) по поверхні об'єкта. Усереднення гідродинамічної сили за період первинної хвилі визначає силу акустичного випромінювання – радіаційну силу, яка діє на об'єкт в рідині. Дія радіаційної сили на об'єкт визначає характерні особливості динаміки об'єктів.

1. King L.V. On the Acoustic Radiation Pressure on Spheres // Proc. Roy. Soc., Ser.A. – 1934. -**147**, 861. - P.246 – 265.

2. Гузь А.Н., Головчан В.Т. Дифракция упругих волн в многосвязных телах. – Киев: Наук. думка, 1972. – 254 с.

Grigoriy M. Zrazhevsky, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph.D.), an Associate Professor at *Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine*, e-mail: greg.zrazhevsky@knu.ua;

Vira F. Zrazhevska, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph.D.), an Associate Professor at *National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine*, e-mail: vera.zrazhebska@gmail.com

APPLICATION OF BPOE AND CVAR IN THE DETERMINATION OF OPTIMAL CONTROLS OF ROUND PLATE OSCILLATIONS

Grigoriy M. Zrazhevsky, Vira F. Zrazhevska

The materials are devoted to the modeling of forced mono harmonic oscillations of a circular plate resting on active supports in order to determine the optimal location of the minimum number of supports and optimal control of the supports, which ensure the deviation from the given shape of the wave motion of the surface of the plate with the required accuracy.

For a linear problem corresponding to the Kirghoff model, the problem is reduced to the minimization of a quadratic functional with respect to the deviation from a given wave profile of the plate surface with control parameters that determine the location of the supports, amplitudes and phases of the forces simulating the active supports.

At the next stage, the model was complicated by the assumption of an ensemble of small inhomogeneities (defects) with given geometric and physical characteristics. Defects were modeled by high-order singularities, which ensure the equivalence of the solution of the boundary value problem with accuracy up to a small parameter, which is the characteristic area of defect regions. The optimization procedure for the deterministic ensemble of defects was based on the quadratic functional of deviations. The developed algorithm demonstrated sufficiently high efficiency in finding optimal control of plate deflections [1].

The next complication was the assumption about the probabilistic nature of the defect parameters on the plate. The location of defects, their geometric and physical characteristics were considered uncertain. Stochastic optimization is chosen as the main method of research for such a problem. In accordance with this, the probability of exceeding the root mean square deviation of the oscillation form of the controlled plate from the given wave profile (probability of failure) is considered as a criterion of optimality. The formation of a quantitative characteristic of the probability of failure was carried out by constructing scenarios with generated defects with random characteristics (number of defects, their location, geometric and physical characteristics). The construction of the scenarios required the minimization of the quadratic functional, which in turn required the solution of a set of boundary value problems. In order to minimize the necessary resources for such a fairly expensive procedure, an algorithm based on the classification and selection of scenarios was developed. Another challenge was minimizing the probability of failure, since such a measure is not coherent and may contain gaps in the sampling distributions. Instead, it is proposed to use the bPOE and CVaR risk measures considered in [2], which are quasi-convex with respect to random variables.

1. [Zrazhevsky G.M.](#), [Zrazhevska V.F.](#), Golodnikov A.N. Developing a Model for a Modulating Mirror Fixed on Active Supports: Deterministic Problem, [Cybernetics and Systems Analysis](#), volume 58, pages 702–712 (2022).
2. Rockafellar, T., Royset J. O. On buffered failure probability in design and optimization of structures. *Reliability Engineering and System Safety*. volume 95, pages 499-510 (2010)

Камінський Анатолій Олексійович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Інститут механіки імені С. П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна
 e-mail: dfm11@ukr.net

Дудик Михайло Володимирович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, Умань, Україна
 e-mail: dudik_m@hotmail.com

ДВОПАРАМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ У КВАЗІПРУЖНОМУ МАТЕРІАЛІ БІЛЯ ВЕРШИНИ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ

Камінський А. О., Дудик М. В.

У багатьох випадках для побудови моделей зон передруйнування виявляється цілком задовільним використання однопараметричних критеріїв міцності. Такими є, наприклад, умови пластичності Треска – Сен-Венана або Мізеса – Губера – Генки, в яких в якості критеріального параметра служить межа текучості матеріалу. Проте, незважаючи на успішність їх застосування до однорідних матеріалів, залишаються питання про достатність однопараметричних критеріїв міцності для опису зон передруйнування у анізотропних або неоднорідних матеріалах, в однорідних ізотропних матеріалах за умов складного навантаження тощо. У зв'язку з цим на увагу заслуговують багатопараметричні критерії руйнування; ефективність використання деяких з них в рамках моделей типу Дагдейла і Леонова – Панасюка для зон передруйнування в ортотропних тілах продемонстрована та підтверджена експериментально в [1].

В даній роботі розвинуто двопараметричну модель маломасштабної зони передруйнування в квазіпружному матеріалі композитного з'єднання біля вершини міжфазної тріщини. Особливістю моделі є використання критерію міцності типу Мізеса – Хілла, параметрами якого служать опір відриву і опір зсуву матеріалу. Модель дозволяє врахувати одночасно крихкий і пластичний процеси руйнування матеріалу в зоні, що може бути використано для дослідження квазікрихкого руйнування кусково-однорідного тіла з міжфазною тріщиною.

Зону передруйнування, яка в умовах плоскої деформації поширюється з вершини міжфазної тріщини під кутом до плоскої межі розділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів, подано лінією розриву переміщення, на якій виконується умова міцності типу Мізеса – Хілла $(\sigma_\theta / \sigma_1)^2 + (\tau_{r\theta} / \tau_1)^2 = 1$, де σ_1 , τ_1 – опори відриву та зсуву матеріалу, в якому передбачається утворення зони. Задачу про розрахунок параметрів зони зведено до системи функціональних рівнянь, наближений аналітичний розв'язок якої знайдено за допомогою методу Вінера – Гопфа. Отримано рівняння для довжини і орієнтації зони передруйнування, вирази для швидкості дисипації енергії і фазового кута напружень у зоні та розкриття тріщини у її вершині. Виконано числовий аналіз залежності параметрів зони передруйнування в умовах двовісного навантаження від величини навантаження і характеристик з'єднаних матеріалів. Виявлено суттєвий вплив на досліджувані параметри фазового кута навантаження і відношення опору відриву до опору зсуву матеріалу, в якому розвивається зона передруйнування. Встановлено існування переходу між крихким і пластичним механізмами руйнування у вузькому інтервалі значень відношення опорів відриву і зсуву біля $\sigma_1 / \tau_1 \approx 2$. Продemonстровано можливість передбачення умов зрушення тріщини в рамках розвинутої моделі на основі критерію максимуму швидкості вивільнення енергії.

1. Kaminsky A.A., Bogdanova O.S., Bastun V. N. On modelling cracks in orthotropic plates under biaxial loading: synthesis and summary // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2010. – Vol. 34. – P. 345–355.

Камінський Анатолій Олексійович, професор, докт. фіз.-мат. наук,

Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;

e-mail: fract@inmech.kiev.ua

Курчаков Євгеній Євгенійович, старший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук,

Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;

e-mail: fract@inmech.kiev.ua

Чорноіван Юрій Олексійович, старший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук,

Інститут механіки НАН України, Київ, Україна;

e-mail: yurchor@ukr.net

ПРО КРАЙОВІ ЕФЕКТИ У НЕЛІНІЙНОМУ ОРТОТРОПНОМУ ТІЛІ З ТРІЩИНОЮ

Камінський А.О., Курчаков Є.Є., Чорноіван Ю.О.

Розглянуто нелінійне ортотропне тіло скінченних розмірів із тріщиною нормального відриву, біля кінця якої існує зона передруйнування.

Увагу зосереджено на випадку плоского напруженого стану. Деформації вважались малими.

У компонентах вектора переміщення поставлено першу основну задачу. При цьому використано тензорно-лінійні визначальні рівняння, які зв'язують компоненти тензора напружень із компонентами тензора деформацій [1]. Для відображення стану зони передруйнування залучено інваріантні рівняння, побудовані у статті [2].

За результатами чисельного розв'язання (узагальненим методом додаткових напружень [1]) крайової задачі з'ясовано, зокрема, як зменшення розмірів тіла впливає на конфігурацію зони нелінійності в околі кінця тріщини. Окрім того, виявлено, що зменшення одного з розмірів тіла сприяє утворенню зони нелінійності навколо тріщини.

1. Камінський А.О., Курчаков Є.Є., Чорноіван Ю.О. Про крайові задачі механіки руйнування нелінійного анізотропного тіла // Прикладна механіка. – 2022, № 3. – С. 3 – 39.

2. Богданова О.С., Каминский А.А., Курчаков Е.Е. О зоне предразрушения возле фронта произвольной трещины в твердом теле // Доповіді НАН України. – 2017. – № 5. – С. 25 – 33.

Kizilova Natalya Mykolaivna, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., *V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine*, e-mail: n.kizilova@gmail.com;
 Batyuk Lilia Vasylivna, PhD (Biophys.), Docent, *Kharkiv National Medical University, Kharkiv, Ukraine*, e-mail: liliyabatyuk24@gmail.com

SHEAR OSCILLATIONS OF THE RED BLOOD CELL MEMBRANES AS LOCAL MICROBIOMECHANICAL TEST FOR MEDICAL DIAGNOSTICS

Kizilova N.M., Batyuk L.V.

Experimental, theoretical and numerical studies published in the last decades introduced novel small scale micro/nanofluidic tests that were found promising for medical diagnostics of the blood circulation and general pathologies. The red blood cells (RBC) is the main composition (~45-50%) of blood as a concentrated suspension of the viscoelastic microparticles (RBC). Blood viscosity and its rheological dependence on the RBC concentration (C_{RBC}) and shape parameters (χ_j), shear rate of the flow ($\dot{\gamma}$), diameter (d) of the blood vessel or the tube of the viscosimeter, blood plasma viscosity (μ_b) and the blood proteins concentrations (C_{pj} , $j=1, \dots, p$), and the time-varying (tixotropic) parameters (τ_j) are very important for clear determination of the individual blood sample as a healthy or disease-influenced suspension of RBC [1]. The RBC can be modeled as a fluid-filled layered viscoelastic shell composed by the cytoskeleton (i), membrane (ii), glycocalyx (iii) with absorbed ions and electric charge distribution, and hydration layer (iv) (adsorbed water) [2]. Rheological properties of each layer contribute to the efficient Young modules $E_{1,2,3}$, Poissone ratios $\sigma_{1,2,3}$ and viscosity μ of the shell. Radial oscillations of RBC as the liquid-filled shells have been studied in [3]. Propagation of the shear waves along the RBC surface has not been studied for the layered shells.

Here a simplified model of RBC composed by the layers (i), (ii) with known density, thickness and viscoelastic parameters, and the layers (iii), (iv) which density, thickness and electric charge differ in healthy blood and in patients with some diseases like cancer or stroke [2]. Dynamic equations for thin viscoelastic layers

$$a_1 \ddot{\varepsilon} + a_2 \dot{\varepsilon} + a_3 \varepsilon + E_c \varepsilon = \sigma_0 e^{i\omega t} (1 + i\omega b_2 - \omega^2 b_1), \quad (1)$$

where dots correspond to the time derivatives, ω is the frequency, $a_{1,2,3}, b_{1,2}, E_c$ are the model parameters [3], have been solved with imposed shear oscillations $\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t}$ of the outer layer with displacement and stress continuity conditions.

The expressions for the wave speed (c), amplitude (A) and phase shift (φ) for deformations have been computed. Their dependencies on the viscoelastic parameters of each layer have been computed. The influence of pathological variations in the density, elasticity and viscosity of the layers (iii) and (iv) on the wave speed and other efficient parameters of the shell has been analyzed. A novel diagnostic index $I = I(c, A, \varphi)$ for early differential diagnostics of some diseases and exchange disorders has been proposed. Verification and testing of the approach on several groups of healthy volunteers and patients with oncology or stroke is planned in the future.

1. Kizilova N. Electromagnetic properties of blood and its interaction with electromagnetic fields. in: advances in medicine and biology. Vol.137. / L.V. Berhardt. NOVA Sci. Publ. - 2019. - P. 1-74.

2. Batyuk L., Kizilova N. Dielectric Properties of blood cells as biomarkers for stroke diagnostics. / Fesenko, O., Yatsenko, L. // Nanooptics and Photonics, Nanochemistry and Nanobiotechnology, and Their Applications. Springer Proceedings in Physics, vol 280. Springer. – 2023. - P. 18-38.

3. Batyuk L., Kizilova N. Oscillation modeling of blood cell surfaces as fluid-filled multilayered viscoelastic membranes. // Bulletin of T.G. Shevchenko Kyiv National University. Ser. "Physical and mathematical sciences" – 2022. – N1. – C. 40-43.

Kizilova Natalya Mykolaivna, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., *V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine*, e-mail: n.kizilova@gmail.com;

Rychak Nataliya Lvovna, PhD (Geophys.), Docent, *V.N. Karazin Kharkiv National University, Institute of Ecology, Kharkiv, Ukraine*, e-mail: rychak@ukr.net

FLUID DYNAMICS MODELING OF HEAT AND POLLUTION TRANSFER IN CITIES

Kizilova N.M., Rychak N.L.

Global climate changes already led to gradual increase in the mean annual temperatures, glacier ice melting, heavy rains and flooding on some territories with continual drought on others, rise in salinity of river waters, extinction of temperature-sensitive and water quality sensitive plants and animals, fast heat waves in the atmosphere, and other negative processes. Quantitative estimation of the heat wave speed, heat and moisture distribution in the atmosphere, river water salinity at given ambient conditions, transfer of pollutions in the air, water and soils can be efficiently done on mathematical models [1].

Recently, a very promising technique of the air quality monitoring has been implemented by the Google street cars. Besides the 360° cameras, the cars were equipped by sensors for NO, CO, NO₂, CO₂, and other pollutants. Since the cars are usually monitor larger streets avoiding the small sidewalks and inner yards, there is no information about the level of the pollutants near the buildings [2]. Here a computational fluid dynamics model is used for estimation of the pollutant concentrations C_j in the structures with known geometry of the buildings, highway roads, small roads and sidewalks (Fig.1). The images were taken from the Google maps, and the highways (yellow), small roads (red) and inner streets (black) were selected (Fig.1a). Information on the C_j values was taken from the Google street database. 2D geometry were built, meshed and computed with AnSys Fluent 2023R1 academic version. The airflow with small particles injected was assigned as inlet boundary condition according to the prevalent wind strength and direction in the city studied. Compressible Navier-Stokes equations with Spalart-Allmaras turbulent flow equation and heat equation have been solved with the explicit 2-nd order numerical scheme. The model has been validated on the city London data [2].

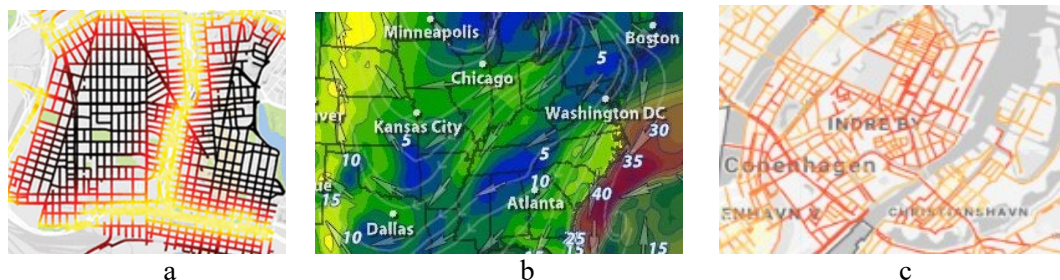


Fig.1. An example of geometry (a), map with wind direction and strength (b), and Google maps street data with measured (c).

The numerical results revealed clear regularities in different influence of the high/low buildings, and wide/narrow streets as ‘heat channels’ for the temperature and pollution distributions.

1. Rychak N.L., Kizilova N.M. Ecological outcomes of the global climate changes onto urban systems // Ecological Sciences. - 2021. - N4(37). - P. 165-170.
2. Orcid J.S.A., Messier K.P., Gani S., et al. High-resolution air pollution mapping with google street view cars: exploiting big data // Environ. Sci. Technol. -2017, -51, -P. 6999–7008.
3. Kizilova N.M., Rychak N.L. Mathematical modeling of the influence of storm winds on urban technical and plant structures // Bulletin of T.G. Shevchenko Kyiv National University. Ser. "Physical and mathematical sciences" – 2021. – N4. – P.39-45.

Krokhmal Pavlo, Ph.D., Prof.
University of Arizona, Tucson, USA,
 e-mail: krokhmal@arizona.edu;
 Zhupanska Olesya, Ph.D., Prof.
University of Arizona, Tucson, USA,
 e-mail: oiz@arizona.edu

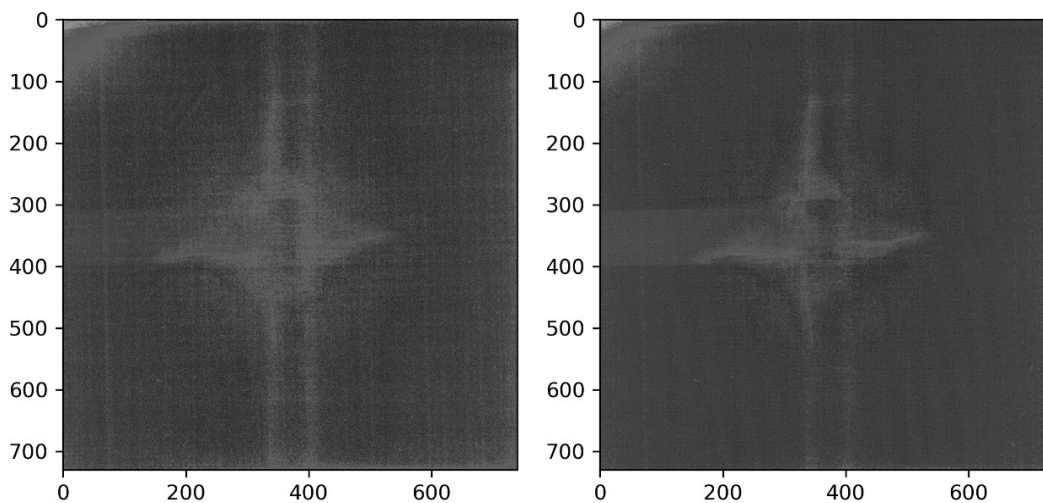
AUTOMATIC IMAGE SEGMENTATION OF IMPACT DAMAGE IN CFRP COMPOSITES VIA MACHINE LEARNING

Krokhmal, P., Zhupanska, O.

One of the key steps in image analysis of composite materials from the Computed Tomography (CT) data is image segmentation. Segmentation is essentially a discretization of the grayscale set of images. The objective of the discretization is to accurately discern regions/features of interest. In the case of damage analysis in the materials and structures, the role of segmentation is to isolate the damaged region. Therefore, an accurate assessment of the damage from CT data depends to a great extent on the image segmentation. At the same time, image analysis of the CT data in composite materials is not standardized, and interpretation of various damage features (e.g., cracks, voids, delamination) and boundary of the damage zone depends to a great extent on the qualifications of an analyst. Thus, automatic image segmentation is an attractive alternative to eliminate the analyst's bias.

In this work, novel unsupervised machine learning algorithms for automatic image segmentation for analysis of micro-CT data of low velocity impact damage assessment in carbon fiber reinforced polymer (CFRP) composites have been developed. The algorithms are based on non-parametric statistical methods, such as the Kullback–Leibler divergence. The non-parametric methods include estimation of the extent of differences between the distribution of voxels in imaging data (i.e., grayscale value distribution of the microstructure) for a feature of interest (material phase, void, or damage) and that for a second, reference distribution (i.e., grayscale value distribution lacking the feature of interest).

The grayscale images from the CT scans of the impacted CFRP specimens have been analyzed to identify and isolate the impact damage. The results show that the developed algorithms not only enable automatic image segmentation, but also yield rigorous, statistics-based damage thresholds. Below are visualizations of the damage aggregated through the specimen thickness based on the optimal (left) and non-optimal (right) selection of the damage threshold.



The proposed algorithms are well suited for the development of standardized damage assessment protocols that will ensure consistency and repeatability in the measurements across different specimens/articles.

Krushynska Anastasiia Olexandrivna, Dr., Assist. Prof.
Engineering and Technology Institute Groningen, Faculty of Science and Engineering,
University of Groningen, Groningen, the Netherlands
 e-mail: a.o.krushynska@rug.nl

METAMATERIAL PATTERN TO CONTROL LIFT AND SOUND OF FLAPPING 3D-PRINTED ARTIFICIAL WINGS

A.O. Krushynska

Flexible wings are promising solutions for unmanned hovering flying micro-robotic vehicles as they have a number of aerodynamic and acoustic advantages as compared to rigid counterparts. Such wings are composed of rigid elements – veins – ensuring structural stability and stiffness, and flexible membranes joining the veins and responsible for large deformations during flight. Intricate patterns of veins of natural flyers have shown to guarantee the necessary balance between the wing rigidity and flexibility – the critical factor enabling hovering and forward flights [1]. The ways to achieve similar balance in artificial wings have not been understood yet because of a great variability of patterns and intrinsically complex aerodynamics of flexible wings [2].

This talk will focus on our recent research aimed to explore the influence of a periodic (metamaterial-type) surface pattern on aerodynamic and acoustic properties of an artificial flexible wing and to study how the pattern geometry can be used to control these characteristics.

We consider honeycomb and re-entrant patterns described by five geometric parameters and explore the five-dimensional design space by a multi-parameter optimization procedure and machine-learning algorithms with the aim to study the influence of a pattern on the flight characteristics and to optimize the pattern design. Our approach exploits the advantages of the finite-element analysis used to solve the three-dimensional air-wing interaction problem governed by the Navier-Stokes and elasticity equations in a computationally efficient way [3,4]. Substantial reduction in the simulation costs – a known bottleneck for vibroacoustic studies – is achieved by means of a pre-selection of the key parameters based on eigenfrequency studies and further tuning of the pattern geometry using machine-learning algorithms.

We showed that the metamaterial patterns allow increasing lift and reducing generated sound. To validate our findings, we 3D-printed the patterned wings from a flexible thermoplastic polyurethane (TPU) and tested their dynamic characteristics under free and forced excitations by using a Laser Doppler Vibrometer (Polytec OFV-5000) setup. The experimental frequencies excellently agree with their numerical values, and the wings showed no damage under long-term resonance excitation. This validates the robustness of the 3D-printed patterned wings and makes them promising for flying devices. We believe that our findings will inspire further research on patterned 3D-printed flexible wings and other applications of metamaterials in vibroacoustic studies.

1. Wootton R. J., R. C. Herbert, P. G. Young, and K. E. Evans, Approaches to the structural modelling of insect wings / R. J. Wootton // *Phil. Trans. R. Soc. B*, 358 – 2003. – P. 1577-87.
2. Combes S. A. and T. L. Daniel, Flexural stiffness in insect wings: II. Spatial distribution and dynamic wing bending / S. A. Combes // *J. Exp. Biol.*, 206 – 2003. – P. 2989–97.
3. Zhilyaev I., N. Anerao, A. G. P. Kottapalli, M. C. Yilmaz, M. Murat, M. Ranjbar, and A. Krushynska, Fully-printed metamaterial-type flexible wings with controllable flight characteristics / I. Zhilyaev // *Bioinspir. Biomim.* 17 – 2022. – No. 025002.
4. Zhilyaev I., D. Krushinsky, M. Ranjbar, and A. O. Krushynska, Hybrid machine-learning and finite-element design for flexible metamaterial wings / I. Zhilyaev // *Mater. & Design*, 218 – 2022.- No. 110709.

Куценко Олексій Григорович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
 Харитонов Олексій Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
 Куценко Анастасія Григорівна, доцент,
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна;
 e-mail: alex_kutz@ukr.net

РОЗКЛИНЮВАННЯ ПІДІНТЕРФЕЙСНОЇ ТРІЩИНИ ПЛАСТИЧНИМ НАПЛАВЛЕННЯМ

Куценко О.Г., Харитонов О.М., Куценко А.Г.

Багато відповідального обладнання та трубопроводів енергетичної, хімічної, транспортної, харчової та інших галузей економіки вкриті шаром антикорозійного наплавлення. Оскільки фізико-механічні властивості наплавлення відрізняються від відповідних властивостей основного метала, розрахунок на міцність таких конструкцій вимагає створення неоднорідних моделей. Зважаючи на складність аналізу таких моделей, до кінця минулого століття склалася стійка думка про можливість нехтуванням антикорозійним шаром при виконанні розрахунків на міцність. Вважалося, що зменшення таким чином товщини стінки вносить у розрахунок запас міцності. Проте з розвитком засобів обчислень на початку нинішнього століття прийшло розуміння, що наявність наплавлення інколи може привести до обернених наслідків — зниження показників міцності. Зокрема такий несподіваний ефект почали систематично виявляти при розрахунку на опір крихкому руйнуванню. Наплавлення, будучи більш пластичним ніж основний метал матеріалом, за рахунок власних пластичних деформацій може сприяти більшому навантаженню на зону розміщення дефекту. Механізм такого навантаження на рівні ідеї був сформульований в роботі [1], де розглядалася задача термошоку корпусу реактора ВВЕР-1000.

В даному дослідженні на прикладі модельної задачі встановлені прості аналітичні співвідношення, які описують вплив пластичних деформацій наплавлення на значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) у вершині тріщини, розміщеній поблизу інтерфейсу в основному металі. Розглянута задача про рівномірний розтяг пластини з тріщиною з подальшим зняттям навантаження. Основний метал вважається ідеально лінійно-пружним, в той час як наплавлення має білінійну діаграму (матеріал з лінійним ізотропним зміцненням). На основі розгляду напружено-деформівного стану пластини без тріщини та відомих з літератури виразів для КІН приповерхневої тріщини у пружній півплощині, отримано залежність коефіцієнта інтенсивності напружень в розвантаженому стані від величини розтягуючих напружень. Задача була також розв'язана чисельно методом скінченних елементів. Порівняння отриманих результатів показало гарну відповідність між чисельними результатами та отриманими за запропонованим аналітичним наближенням. Поширення даних результатів на випадок плоскої деформації чи осесиметричний випадок не вдалося виконати в замкненому вигляді, що пов'язано із суттєвим ускладненням співвідношень теорії пластичності. Проте і отримані результати дозволяють якісно підтвердити ефект розклинювання приповерхневих тріщин за рахунок пластичних деформацій наплавлення.

1. Kutsenko O. Effect of neutron irradiation hardening of the base metal on the results of WWER-1000 reactor pressure vessel residual lifetime assessment / O. Kutsenko, I. Kadenko, X. Pitoiset, O. Kharytonov, N. Sakhno, I. Kravchenko // Int. J. Press. Vessel. Pip. – 2019. – Vol. 171. – Pp. 173–183.

Куценко Олексій Григорович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
 Харитоновна Леся Василівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний транспортний університет, Київ, Україна;
 Круш Роман Михайлович, студент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;
 e-mail: alex_kutz@ukr.net

ЗАКОНОМІРНОСТІ РОСТУ ПЛОСКИХ ТРІЩИН В ПЛАСТИНАХ

Куценко О.Г., Харитоновна Л.В., Круш Р.М.

Не завжди є можливість вивести з експлуатації елемент конструкції, в якому виявлено тріщину. Якщо розміри тріщини не досягли своїх критичних значень, можливе використання такого елемента за його призначенням. При цьому тріщина через втому матеріалу поблизу її фронту буде невпинно підростати. Оскільки значення характеристик руйнування залежать не лише від розмірів, а і від конфігурацій тріщин, важливою проблемою механіки руйнування є передбачення траєкторії розвитку тріщин втоми.

Дане дослідження присвячене вивченню закономірностей формування напрямку підростання плоских (наскрізних) тріщин в пластину, що знаходяться в стані одновісного розтягу, в залежності від розмірів та конфігурації тріщин. У якості критерію визначення напрямку росту тріщин обрано добре відомий критерій максимальних тангенціальних напружень [1]. У відповідності до нього, кут між напрямками берегів тріщини та її росту задається співвідношенням

$$\vartheta = -\arccos\left(\frac{3K_{II} + K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right),$$

де K_I — коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) нормального розриву, K_{II} — КІН поперечного зсуву. Для знаходження значень КІН, методом скінченних елементів, реалізованим у пакеті з вільним доступом CalculiX [2], розраховувався напружено-деформівний стан пластин. Оскільки в CalculiX відсутні власні засоби визначення КІН, вони були реалізовані та апробовані самостійно. Значення КІН знаходилися шляхом асимптотичної апроксимації нормальних та дотичних зміщень точок берегів тріщини поблизу її вершини [3].

Було досліджено пластини з прямолінійними тріщинами, орієнтованими під різними кутами до напрямку розтягу пластини. Виявилося, що зі збільшенням довжини тріщини значення K_I та K_{II} зростають практично пропорційно. Як наслідок, кут напрямку подальшого росту тріщини, виявився мало залежним від довжини тріщини.

Також були розглянуті криволінійні тріщини, відхилення яких від прямолінійної хорди, що сполучає вершини тріщини, складало до половини довжини цієї хорди. Виявилося, що для них кут ϑ також мало залежить від величини кривини, а головним чином залежить лише від кута нахилу берегів тріщини відносно напрямку розтягу в околі вершини тріщини.

1. Erdogan[°]F. On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear / F.[°]Erdogan, G.[°]C.Sih // J. Basic Eng. – 1963. – Vol. 85, №4. – Pp. 519–527.
2. A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program [Електронний ресурс]. – 2023. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.calculix.de>.
3. Зражевський Г. М. Основи теорії міцності, деформації та механіки руйнування / Г. М. Зражевський, Т. Ю. Кепич, О. Г. Куценко. – Київ: ЛОГОС, 2005. – 169 с.

Лагодзінський Олександр Євгенійович, молодший науковий співробітник
Інститут Математики НАН України, Київ, Україна.
e-mail: lagodzinskyi@gmail.com

ДЕЯКІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАНСНИХ ТРИВИМІРНИХ УСТАЛЕНИХ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В КОНТЕЙНЕРІ КВАДРАТНОГО ПЕРЕРІЗУ

Лагодзінський О.Є.

Розглянемо деякі важливі характеристики коливального руху абсолютно жорсткого баку з вільною поверхнею квадратної форми, частково заповненого ідеальною нестисливою рідиною, а саме, резонансні хвилі на поверхні ідеальної нестисливої рідини. Причому сам бак рухається з малою амплітудою та частотою, близькою до найнижчої власної частоти коливаний рідини. Задля опису даного типу руху застосовуємо нелінійну модальну систему типу Наріманова-Моїсєєва, яку отримали в [1]. Також саме у роботі [1] побудовано та досліджено асимптотичні періодичні розв'язки системи.

У роботі [2] було класифіковано усталені тривимірні резонансні хвилі для випадку довільних тривимірних непараметричних циклічних рухів баку. У самій доповіді буде показано яким чином доведення асимптотичної еквівалентності відповідних періодичних розв'язків модальної системи до тих, що виникають для горизонтальних еліптичних збурень[2].

Будуть показані умови отримання стійких та майже усталених коливаний рідини для орбіт різних форм (насамперед для кругової та еліптичної). Детально розглянуто буде залежність між співвідношенням осей еліпсу збурення та амплітудно-частотних характеристик.

Подяка за фінансову підтримку Національному фонду досліджень України,

Проект 2020.02/0089

1. Faltinsen O.M., Rognbakke O., Timokha A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square base basin / O.M. Faltinsen // Journal of Fluid Mechanics. – 2003. – 487. – P. 1-42. 1.
2. Faltinsen O.M., Lagodzinskyi O., Timokha A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square base basin. Part 5. Three-dimensional non-parametric forcing / O.M. Faltinsen // Journal of Fluid Mechanics. – 2020. – 894, A10. – P. 1-42.

Лавренюк Микола Васильович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: m.lavrenyuk@gmail.com;

ЗАСТОСУВАННЯ ФІЗИЧНО-ПОІНФОРМОВАНИХ НЕЙРОМЕРЕЖ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ ДЕФОРМІВНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА

Лавренюк М.В.

Розглядається загальний алгоритм побудови розв'язків механіки деформівного твердого тіла із використанням фізично-поінформованих нейромереж. Запропонований підхід дозволяє зводити крайові задачі механіки деформівного твердого тіла до відповідних задач оптимізації, а використання фізично-поінформованих нейромереж в рамках розглянутого підходу – звести розв'язання широкого класу задач механіки деформівного твердого тіла до конструювання підстановочних функцій [1], які залежать від граничних і початкових умов задачі та нейромережевого розв'язку відповідної задачі оптимізації. Метою даної роботи є конструювання алгоритму розв'язання плоскої задачі теорії пружності із використанням фізично-поінформованих нейромереж та з'ясування придатності цього алгоритму для чисельного розв'язання динамічних та статичних задач механіки деформівного твердого тіла в цілому, зокрема плоскої задачі теорії пружності.

Для випадку граничних умов Неймана із постійними зусиллями, заданими на контурі прямокутної області, підстановочні функції для двовимірної задачі в переміщеннях матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}\Psi_1(x, y) &= B_1(x, y) + f(x) \left[N_1(x, y) - N_1(x, 1-y) - y \frac{\partial N_1(x, 1)}{\partial y} + (1-y) \frac{\partial N_1(x, 0)}{\partial y} \right] + \\ &+ f(y) \left[N_1(x, y) - N_1(1-x, y) - x \frac{\partial N_1(1, y)}{\partial x} + (1-x) \frac{\partial N_1(0, y)}{\partial x} \right], \\ \Psi_2(x, y) &= B_2(x, y) + f(x) \left[N_2(x, y) - N_2(x, 1-y) - y \frac{\partial N_2(x, 1)}{\partial y} + (1-y) \frac{\partial N_2(x, 0)}{\partial y} \right] + \\ &+ f(y) \left[N_2(x, y) - N_2(1-x, y) - x \frac{\partial N_2(1, y)}{\partial x} + (1-x) \frac{\partial N_2(0, y)}{\partial x} \right].\end{aligned}$$

де $B_1(x, y), B_2(x, y)$ задовольняють граничним умовам плоскої задачі, а $f(t) = t^2(1-t)^2$. Для перевірки запропонованої методики виконано розрахунок напружено-деформівного стану для одновимірної динамічної задачі поздовжніх коливань стержня, для якої підстановочна функція переміщень набуває вигляду:

$$\begin{aligned}u_t(x, t) &= B(x, t) + x^2(1-x)^2 \left[N(x, t, \bar{p}) - N(x, 0, \bar{p}) - t \frac{\partial N(x, t, \bar{p})}{\partial t} \Big|_{t=0} \right] + \\ &+ t^2 \left[N(x, t, \bar{p}) - N(0, t, \bar{p}) - x \frac{\partial N(x, t, \bar{p})}{\partial x} \Big|_{x=1} \right].\end{aligned}$$

Запропоновану методику можна поширити і на випадок тривимірної задачі механіки деформівного твердого тіла, а також для кусково-однорідних середовищ.

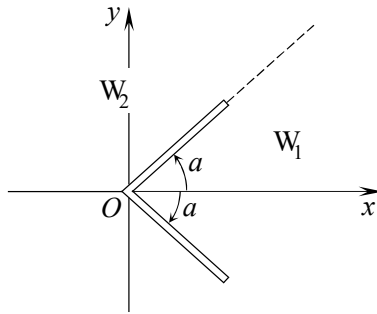
1. Lagaris I., Likas A., Fotiadis D. Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1998. – **9(5)**. – 987-1000. 10.1109/72.712178

Ловейкін Андрій Вячеславович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
e-mail: anlov1974@gmail.com

РІВНОВАГА ПРУЖНОЇ ПЛОЩИНИ ІЗ ЗІГНУТОЮ, СИМЕТРИЧНОЮ ТРІЩИНОЮ

Ловейкін А.В.

Дана робота присвячена розгляду плоскої задачі теорії пружності про рівновагу пружної площини, яка послаблена симетрично зігнутою тріщиною скінченних розмірів. Тріщина складається з двох прямолінійних ділянок одиничної довжини, які виходять із спільної точки – точки згину тріщини (рис.). Нехай кут, утворений прямолінійними



ділянками тріщини дорівнює 2α , $0 < \alpha < \pi/2$. Вважаємо, що на стінки тріщини діє рівномірно розподілений тиск $P_0 = \text{const}$.

Очевидно, що задача є симетричною за координатою y . Тому її розв'язок досить шукати у півплощині $y > 0$. Розбиваємо півплощину на дві області — Ω_1 і Ω_2 , які в полярних координатах (ρ, φ) [1] визначатимуться нерівностями: $\Omega_1: \rho > 0, 0 < \varphi < \alpha$, $\Omega_2: \rho > 0, \alpha < \varphi < \pi$.

На межі півплощини $y > 0$ записуємо умови симетричності пружного поля:

$$u_{\varphi}^{(1)}|_{\varphi=0} = 0, \quad \tau_{\rho\varphi}^{(1)}|_{\varphi=0} = 0, \quad \rho > 0; \quad u_{\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\pi} = 0, \quad \tau_{\rho\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\pi} = 0, \quad \rho > 0; \quad (1)$$

а на промені $\varphi = \alpha$ — змішані умови:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= \sigma_{\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+} = -P_0, & \tau_{\rho\varphi}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= \tau_{\rho\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+} = 0, & 0 < \rho < 1, \\ \sigma_{\rho}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= \sigma_{\rho}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+}, & \tau_{\rho\varphi}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= \tau_{\rho\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+}, & \rho > 1, \\ u_{\rho}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= u_{\rho}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+}, & u_{\varphi}^{(1)}|_{\varphi=\alpha-} &= u_{\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\alpha+}, & \rho > 1, \end{aligned} \quad (2)$$

де $u_{\rho, \varphi}^{(1,2)}, \sigma_{\rho}^{(1,2)}, \tau_{\rho\varphi}^{(1,2)}$ — компоненти вектора зміщень та тензора напружень в областях $\Omega_{1,2}$ відповідно, які віднесені до полярних координат.

В кожній із областей Ω_1 і Ω_2 використовується зображення Папковича-Нейбера разом із перетворенням Мелліна за ρ [1]. Після виконання крайових умов (1) та змішаних умов (2) задача зведена до системи рівнянь Вінера-Гопфа, матриця якої допускає факторизацію [2].

Отриманий розв'язок задачі дозволяє проаналізувати поведінку напружень при підході до точки згину тріщини O (див. рис.). При підході до цієї точки з боку області Ω_1 напруження залишаються обмеженими, але можуть включати осциляційні доданки. Якщо ж рухатись до точки O з боку області Ω_2 , то напруження мають локальну степеневу особливість, показник якої дійсний (напруження не мають осциляцій) і залежить від кута згину тріщини.

1. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости / Я.С. Уфлянд. – Ленинград: Наука. Ленинградское отделение, 1968. – 402 с.

2. Daniele V.G. On the factorization of Wiener-Hopf matrices in problems solvable with Hurd's method / V.G. Daniele // IEEE Trans. Antennas Propagation, 1978, – N 26. – P. 614–616. (doi:10.1109/TAP.1978.1141895)

Лубков Михайло Валерійович, доктор фіз.-мат. наук, с.н.с,
 Полтавська гравіметрична обсерваторія НАН України, Полтава, Україна;
 e-mail: mikhail.lubkov@ukr.net

МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМУВАННЯ СОЛЯНИХ СТРУКТУР ВНАСЛІДОК ГРАВІТАЦІЙНОЇ ПЛАВУЧОСТІ

Лубков М. В.

В наш час у зв'язку з потужним розвитком обчислювальних методів механіки й математики, а також завдяки досягнутому прогресу в розумінні основних законів геодинаміки та геофізики, виникають унікальні можливості дослідження раніше недоступних геофізичних процесів. Це стосується процесів, які протікають у складних, неоднорідних геологічних структурах. Недосяжність для прямих вимірювань у більшості таких об'єктів, а також геологічні масштаби часу роблять математичне моделювання одним з головних, якщо не єдиним інструментом дослідження таких об'єктів.

Ця доповідь присвячена моделюванню і геофізичній інтерпретації результатів у такій області геофізики, як галокінез (деформування локальних соляних структур внаслідок гравітаційної плавучості соляних товщ). З метою кращого розуміння процесів соляного діпірізму.

Припустимо, що розміри шаруватих фрагментів розрізу осадового чохла розглянутих локальних соляних структур значно менше розмірів навколишніх блоків кристалічного фундаменту. Внаслідок цього деформування відповідного фрагменту може розглядатися як плоске. Складемо функціонал Лагранжу двовимірної пружної задачі з відповідними граничними умовами, що виражає повну механічну енергію об'єкту, який досліджується, у нерухомій декартовій системі координат (x, y) , що пов'язана з масивними нерухомими мегаблоками [1, 2]:

$$E = \frac{1}{2} \iint_S [C_1(\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2) + 4C_2\epsilon_{xy}^2 + 2C_3\epsilon_{xx}\epsilon_{yy} - (\rho_T - \rho_C)gw] dx dy - \int_L (\mathbf{f}_{xn}u + \mathbf{f}_{yn}w) dl; \quad (1)$$

де, μ – модуль зсуву; k – модуль всебічного стиску; $C_1 = k + 4\mu/3$, $C_2 = \mu$, $C_3 = k - 2\mu/3$ – пружні коефіцієнти; u , w – компоненти переміщень уздовж осей x і y відповідно; g – прискорення сили тяжіння; ρ_T – густина навколишніх теригенних порід; ρ_C – густина сольових товщ; S – площа перерізу розглянутого об'єкта; L – контур, що охоплює площу S ; dl – елемент контуру.

Для розв'язання двовимірної пружної задачі застосовується метод скінчених елементів, заснований на варіаційному принципі Лагранжа [1, 2], що виражає мінімум повної механічної енергії системи:

$$\delta E(u, w) = 0. \quad (2)$$

При розв'язанні варіаційного рівняння (2) застосовується восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний криволінійний скінчений елемент [1, 2].

1. Лубков М. В. Моделювання напружено-деформованого стану в осадовому чохлі локальних структур Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков // Геоінформатика. – 2012. – N 2. – С. 44 – 50.

2. Лубков М. В. Утворення вуглеводневих пасток у локальних соляних структурах Дніпровсько-Донецької западини / М. В. Лубков, О.О. Захарчук // Геоінформатика – 2019. – N 2(70). – С. 50 – 57.

Маковійчук Микола Васильович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
лабораторія моделювання демпфуючих систем Інституту прикладних проблем механіки
і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: makoviy@ua.fm;

Шацький Іван Петрович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
лабораторія моделювання демпфуючих систем Інституту прикладних проблем механіки
і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ, Україна,
e-mail: ipshatsky@gmail.com;

АНАЛІЗ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ ЗІГНУТОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З КОЛІНЕАРНИМИ ТРІЩИНАМИ ЗА ЛОКАЛЬНИМ ТА ІНТЕГРАЛЬНИМ КРИТЕРІЯМИ РУЙНУВАННЯ

Маковійчук М. В., Шацький І. П.

Досліджується напружений стан і гранична рівновага ізотропної сферичної оболонки, послабленої двома меридіальними колінеарними тріщинами за навантаження згину. Закриття тріщин внаслідок деформації згину враховували на основі моделі контакту країв тріщини вздовж лінії в одній з лицевих поверхонь оболонки [1]. Сформульовано крайову задачу для рівнянь теорії пологих оболонок із взаємозв'язаними умовами на розрізах:

$$\Delta\Delta\varphi - \frac{B}{R}\Delta w = 0, \quad \Delta\Delta w + \frac{1}{DR}\Delta\varphi = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus L;$$

$$[u_y] = h|[\theta_y]| \geq 0, \quad M_y = -m + hN_y \operatorname{sgn}[\theta_y], \quad N_y \leq 0, \quad x \in L;$$

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0, \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty.$$

Тут φ – функція напружень, w – прогин оболонки, Δ – оператор Лапласа; $[u_y]$ – розкриття тріщини в базовій поверхні оболонки, $[\theta_y]$ – розрив кута повороту нормалі; N_{ij} – мембранні зусилля, M_{ij} – моменти, m – згинальне навантаження; $B = 2Eh$, $D = 2Eh^3/(3(1-\nu^2))$, E і ν – модулі матеріалу оболонки; R , h – її радіус та півтовщина, L – сукупність розрізів.

Числовий розв'язок задачі побудовано методом сингулярних інтегральних рівнянь.

Для аналізу граничного стану оболонки використано локальний:

$$\max_z G(z) = 2\gamma_*,$$

та інтегральний:

$$\frac{1}{2h} \int_{-h}^h G(z) dz = 2\gamma_*,$$

енергетичні критерії лінійної механіки руйнування (G – потік енергії у вершину тріщини, γ_* – питома поверхнева енергія матеріалу). Ці критерії визначають відповідно нижнє та верхнє значення граничного навантаження, за яких розпочинається стабільне підростання тріщин та відбувається лавинне руйнування оболонки [2]. Побудовано залежності граничних навантажень від параметрів взаємного розташування дефектів та кривини оболонки.

1. Шацький І. П. Інтегральні рівняння задачі згину пологої оболонки, ослабленої розрізом з контактуючими кромками / І. Шацький // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1991 – № 2. – С. 26–29.

2. Шацький І. Двобічні оцінки граничного навантаження згину для пластини з прямолінійною тріщиною / І. Шацький // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій: зб. наук. праць 5-ї Міжнар. конф. (24–27 черв. 2014 р., Львів) / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін.-т ім. Г.В.Карпенка НАН України, 2014. – С. 425–430.

Максимюк Володимир Ананійович, доктор фіз.-мат. наук, старший наук. спів.,
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: desc@inmech.kiev.ua;

Сторожук Євген Анатолійович, доктор фіз.-мат. наук, проф.,
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: stevan@ukr.net;

Чернишенко Іван Семенович, член-кор. НАН України, доктор техн. наук, проф.,
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: desc@inmech.kiev.ua

РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ Й МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТ З ПІДКРІПЛЕНИМИ ОТВОРАМИ

Максимюк В.А., Сторожук Є.А., Чернишенко І.С.

Для зменшення ваги та збільшення міцності й жорсткості елементів ракетно-космічної техніки в сучасному ракетобудуванні широко використовуються композитні матеріали (КМ). На основі аналізу способів виготовлення КМ для елементів ракетної техніки автори запропонували кілька розрахункових схем стосовно тонкостінних елементів з підкріпленими отворами. Причому отвори можуть бути сформовані в процесі створення конструкції із КМ або отримані шляхом вирізання в готовій конструкції.

Перший варіант стосується, як правило, оболонок обертання, у яких головні лінії анізотропії КМ збігаються з лініями кривини оболонки, що в основному, призводить до вісесиметричних задач. В цьому випадку крайова задача розв'язується методом скінченних різниць (МСР), а підкріплення отвору моделюється круговим кільцем.

У другому варіанті мають місце так звані бічні отвори. Лінія контуру отвору може не збігатися ні з лініями кривини оболонки, ні з головними лініями анізотропії КМ, що призводить до невісесиметричних задач. В даному випадку для розрахунку оболонки з врахуванням фізичної нелінійності використовується варіаційно-різницеви́й метод (ВРМ) або метод скінченних елементів (МСЕ), а напружено-деформований стан (НДС) підкріплення описується тими самими співвідношеннями, що й оболонки. Такий підхід дозволяє уникнути математичних протиріч, які виникають при спряженні (контакті) об'єктів різної мірності.

Геометрія, тип і рівень навантажень конструкції, характер деформування, властивості КМ висувають певні вимоги до чисельного методу розрахунку НДС оболонки. Ці питання достатньо вивчені. Проте, виявляється, що деякі властивості сучасних КМ, які стосуються співвідношення поперечної зсувної жорсткості та жорсткості на розтяг-стиск, а також деякі особливості деформування оболонки можуть призвести до сповільнення збіжності чисельного методу. Такі обчислювальні явища отримали назву “замикання”.

У традиційному підході до вибору розрахункових схем передбачається, що для розрахунків тонких оболонок з немалою зсувною жорсткістю цілком прийнятними є гіпотези Кірхгофа – Лява, а для оболонок середньої товщини з малою зсувною жорсткістю – зсувні моделі, в яких мають місце гіпотези Тимошенка. Зазначимо, що аналітична реалізація геометричної частини гіпотез Кірхгофа – Лява у ВРМ і МСЕ призводить до появи похідних другого порядку у виразі для повної енергії, що ускладнює процес дискретизації задачі.

Для подолання зазначених вище небажаних обчислювальних ефектів і прискорення збіжності чисельних методів авторами запропоновані й розроблені альтернативні підходи, що базуються на: змішаних функціоналах, методі множників Лагранжа, дискретній реалізації геометричної частини гіпотез Кірхгофа – Лява, векторних співвідношеннях для деформацій, використанні точок надзбіжності та подвійній апроксимації деформацій.

Маслов Борис Петрович, доктор фіз.-мат. наук, с.н.с.,

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна

e-mail: maslov@inmech.kiev.ua

ПОБУДОВА КРИТЕРІЮ ДОВГОТРИВАЛОГО РУЙНУВАННЯ ВТОМИ ДЛЯ ТОНКОСТІННИХ ШАРУВАТИХ ОБОЛОНОК

Маслов Б.П.

Однією з фундаментальних проблем прикладної механіки є моделювання процесу довготривалого руйнування внаслідок втоми шаруватих композитних матеріалів при комбінованому циклічному навантаженні [1, 2]. Параметри опору втоми можна визначити при циклічному навантаженні напруженнями зі сталою амплітудою згідно з існуючими $S-N$ кривими для відповідного напруженого стану, який в кожному шарі є локально тривимірним. Це призводить до необхідності формулювання критеріїв руйнування під дією комбінованого навантаження. Перспективним напрямком є розв'язок задач розрахунку довговічності тонкостінних циліндричних оболонок на основі концепції еквівалентних напружень із використанням сучасних комп'ютерних технологій [3] та класичних критеріїв руйнування [2].

Міцність і довговічність композитів залежить від величини середніх σ_m або максимальних σ_{mqx} за цикл навантаження напружень як в матриці, так і у волокнах, кількості циклів n та ін.. Основоположне практичне значення має прогнозування наведених макроскопічних спадково пружних характеристик. Розглянемо нелінійно пружний трансверсально ізотропний композитний матеріал з випадковою структурою в площині перпендикулярній напрямку армування. Макроскопічні напруження $\bar{\sigma}$ та деформації $\bar{\epsilon}$ трансверсально ізотропного шару композиту пов'язані співвідношеннями, де використано характеристики: E_T, E_L - поперечний та поздовжній модулі Юнга, G_T, G_L - поперечний та поздовжній модулі зсуву, ν_T, ν_L - поперечний та поздовжній коефіцієнти Пуассона, відповідно. Використаємо надалі критерій типу Хілла-Хашіна для визначення руйнування матриці або волокон [3]. Наприклад, щодо матриці запишемо його у вигляді [1]

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{\sigma_T^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{\tau_T^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{\tau_A^2} = 1, \quad (1)$$

де $\sigma_T = \sigma_T(R, n)$, $\tau_A = \tau_A(R, n)$, $\tau_T = \tau_T(R, n)$ є напруження руйнування для симетричного циклу $R = -1$. Якщо задано $S-N$ криві [2] для будь-якого одновимірного стану, то (1) надалі розглядається як рівняння з невідомим N , числом циклів до руйнування. Кожне з такого типу рівнянь розв'язується чисельно [3] і руйнування визначається критерієм, до якого призводить менший N . Ця процедура визначає довговічність матеріалу та умову руйнування.

1. Маслов Б.П. Спадкова повзучість ізотропних композитів випадкової структури при складному напруженому стані / Маслов Б.П. // Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки, 2021, №3. – С. 77-80.
2. Голуб В.П. Классические критерии разрушения в решении задач усталости при двухосном комбинированном нагружении / Голуб В.П. // Вісник НТУУ «КПІ», „Машинобудування”, 2014. – №72. – С. 109-117.
3. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals Sixth edition / Zienkiewicz O.C. , Taylor R.L. and Zhu J.Z. . – Burlington: Elsevier, 2005. – 802 p.

Мельниченко Микола Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с.,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: realcrystallab@univ.kiev.ua;

Жук Ярослав Олександрович, доктор фіз.-мат. наук., проф.,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: y.zhuk@i.ua;

Андрущенко Володимир Олександрович,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: andruschenko.v.a@gmail.com;

Кір'єв Анатолій Михайлович,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: anatoly.kiriev@gmail.com;

Пучко Наталія Петрівна,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: natalia.puchko@gmail.com;

Водотовка Михайло Андрійович,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: nanocrystallab@univ.kiev.ua

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИВЧЕННЯ РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ ПІСЛЯ УДАРНО-ХВИЛЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Мельниченко М.М., Жук Я.О., Андрущенко В.О., Кір'єв А.М., Пучко Н.П., Водотовка М.А.

Розвиток авіаційно-космічної та військової техніки, енергетики та інших галузей промисловості викликає необхідність детального експериментального вивчення реакції різних конструкційних матеріалів на ударно-хвильове навантаження. Аналіз ударно-хвильових явищ у твердих тілах дозволяє встановити особливості перебігу деформаційних процесів при високих швидкостях впливу. В даний час ще не існує єдиної теорії, яка б пояснювала ключові ефекти, що визначають пружно-пластичні властивості та динамічну міцність матеріалів при інтенсивних навантаженнях. Особливості поведінки металів та керамік в умовах динамічного та ударно-хвильового навантаження, обумовлених розвитком дефектів, є предметом сучасних активних досліджень, які складаються з експериментального вивчення поведінки матеріалів та розробки методів широкодіапазонного моделювання.

Головна мета роботи полягала у розробці методики експериментального вивчення міцнісних властивостей керамічних, скляних і полімерних матеріалів при їх ударно-хвильовому руйнуванні. Для тестування динамічної міцності матеріалів був розроблений ударно-хвильовий експериментальний пристрій, який дозволяє генерувати пружний імпульс стиснення до 5 ГПа протягом менше 0,4 мікросекунди на площі в кілька десятків квадратних міліметрів. В роботі проведені систематичні дослідження динаміки процесів руйнування та еволюції дефектів на прикладі зразків із штучного каменю. При експериментальному дослідженні зразків зі штучного каменю після ударно-хвильового навантаження не спостерігалось руйнування зразків. При цьому спостерігається лише утворення радіальних тріщин. Продемонстровано зародження та рух тріщин після ударно-хвильового навантаження від центру до периферії зразка. Проведено вивчення та аналіз окремих частин тріщини зокрема на ділянках, де відбувається їх роздвоєння та подальший ріст. Спостерігається також зародження та рух локальних тріщин в різних місцях зразків. Останнє дає можливість стверджувати про наявність складного багаторівневого руйнування зразків під дією ударно-хвильового навантаження.

Отримані експериментальні результати є дуже важливими для розробки нових матеріалів з високими значеннями міцності, необхідними для протидії високошвидкісним ударним навантаженням. При цьому подальші дослідження змін міцності на мікрорівні та механізмів пластичного деформування сприятимуть також вдосконаленню сучасних технологій обробки нових високоміцних матеріалів.

Онишкевич Володимир Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний лісотехнічний університет України, Львів, Україна,
e-mail: onyshkevych@nltu.edu.ua

Барабаш Галина Михайлівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: galynabarabash71@gmail.com

ФРИКЦІЙНИЙ РОЗІГРІВ СИСТЕМИ ШТАМП-ПРУЖНА ПІВПЛОЩИНА ПРИ КОВЗАННІ ВЗДОВЖ ТВІРНОЇ

Онишкевич В.М., Барабаш Г.М.

Математичний опис впливу термічної деформації на тепловий контактний опір між двома твердими тілами вперше було запропоновано в [1]. З'ясувалося, що задачі такого типу інколи не мають стаціонарного розв'язку, і було зроблено висновок, що це відбувається за рахунок розривного характеру граничних умов для теплового контакту. Розглядаємо плоский штамп деякої висоти, який втискується заданою силою у пружну півплощину і рухається прямолінійно уздовж поверхні з деякою швидкістю. На верхній межі штамп відбувається конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем. Між бічними поверхнями штамп і зовнішнім середовищем здійснюється теплообмін за законом Ньютона. Тепловий контакт між штампом і півплощиною є неідеальним і математично моделюється за допомогою умовного «третього тіла» – тонких приповерхневих і проміжкових шарів контактуючих тіл, фізико-механічні властивості яких відрізняються від властивостей тіл контактної пари, та мікрогеометрією поверхонь тіл у контактній зоні [2].

Розв'язок задачі термопружності для півплощини побудовано за допомогою інтегрального перетворення Фур'є. Задачу теплопровідності для штамп розв'язано методом прямих. Отримано систему парних інтегральних рівнянь, яку методом поточної колокації зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Для визначення наперед невідомої області контакту застосовано ітераційну схему, яка на кожному кроці передбачає контроль знаку нормальних напружень у області, де передбачено безпосередній контакт тіл. Якщо розраховані нормальні контактні напруження на всій такій ділянці не є додатними, то на всій цій ділянці штамп прилягає до основи, а отже отримана ділянка і розраховані контактні напруження та розподіл температури будуть остаточною. Якщо ж на якійсь частині такої ділянки розраховані контактні напруження є строго додатними, то вважається, що тут тіла відійшли одне від другого, а тому область контакту відповідно змінюється і здійснюється наступний ітераційний крок із поступового уточнення зони безпосередньої контактної взаємодії [3].

Отримано формули для обчислення температурних полів, теплових потоків та контактних напружень, побудовано та проаналізовано відповідні графіки.

1. Comninou M. Heat conduction through flat punch / M. Comninou, J. R. Barber, J. Dundurs // J. appl. Mech. – 1981. – Vol. 48. – P. 871–874.

2. Онишкевич В.М. Дослідження впливу властивостей «третього тіла» на теплоутворення від тертя / В.П. Левицький, В.М. Онишкевич // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1999. – Вип. 42, №1. – С. 82-86.

3. Онишкевич В.М. Задача про термопружний контакт півплощини з прямокутним штампом за теплоутворення від тертя / В.М. Онишкевич, Г.Т. Сулим // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Сер.: фізико-математичні науки. – 2017. – № 3. – С. 165-168.

VII міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми механіки"
28-30 серпня 2023, Київ, Україна

Остос Олександр Хосейович, док. філ. за спец. прикл. матем.
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
email: ostos.alexander1994@gmail.com

**ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ,
ЩО ЗБУДЖУЄТЬСЯ СФЕРИЧНИМ СЕГМЕНТОМ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ**

Остос О. Х.

Розглядається нескінченна кругова циліндрична порожнина, що заповнена ідеальною стисливою рідиною. Всередині порожнини симетрично відносно її осі знаходиться сферичний сегмент, що коливається за заданим гармонічним законом. Метою задачі є дослідити акустичне навантаження для знаходження тиску та швидкості рідини. Вводиться сферична та циліндрична системи координат, початок яких співпадає з центром сферичного сегменту. Враховуючи симетрію задачі відносно осі циліндричної порожнини, умовно розділяємо рідину на дві області: область I, що містить точки всередині сегменту та область II, що містить точки за між сегментом та циліндричною порожниною. В такій постановці отримуємо потенціали швидкостей рідини в цих областях, які пов'язані з тиском та швидкістю рідини. Гранична задача полягає в знаходженні розв'язку рівняння Гельмгольца. Обмежуємося випадком центральносиметричних пульсацій сферичного сегмента та вимагаємо неперервності тиску і швидкості рідини в точках, які лежать на умовній межі розділення областей. Отримуємо відповідні граничні умови нашої задачі набувають вигляду. Було представлено аналітичні вирази для потенціалів. Для задоволення граничних умов здійснено переведення цих виразів між циліндричними та сферичними координатами. В результаті була отримана нескінченна система алгебраїчних рівнянь. Для того, щоб система стала визначеною, її було проінтегровано по поліномах Лежандра. Для чисельного розв'язання системи здійснено обмеження нескінченності певним числом N . Таким чином, отриманий розв'язок системи дозволив побудувати розподіли гідродинамічних параметрів, а саме тиску та швидкості рідини.

1. Кубенко В.Д., Савин В.А. Об определении динамических характеристик идеальной несжимаемой жидкости, возбуждаемой сферическим сегментом в цилиндрической полости // Прикл. механика. – 1995.– **31**, № 7. – С. 71 – 78.
2. Кубенко В.Д. Задачи дифракции стационарных волн на совокупности сферических и цилиндрических тел в акустической среде // Прикл. механика. – 1987.– **23**, № 6. – С. 111 – 117.

Павлюк Ярослав Вікторович, старший науковий співробітник,
 Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, 03057, м. Київ-57, вул. Нестерова, 3,
 e-mail:creep@inmech.kiev.ua;

ЩОДО РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМАЦІЙ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ПОВЗУЧОСТІ НЕЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ ДОВАНТАЖЕНЬ ТА РОЗВАНТАЖЕНЬ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІЇ ХЕВІСАЙДА

Павлюк Я.В.

Розглядається задача розрахунку деформацій нестационарної повзучості нелінійно-в'язкопружних матеріалів за умов довантажень та розвантажень. Умова навантаження конкретизується у вигляді

$$\sigma(t) = h(t)\sigma_1 \pm \sum_{k=1}^{m-1} h(t-t_{k+1}) |\Delta\sigma_k|, \quad (1)$$

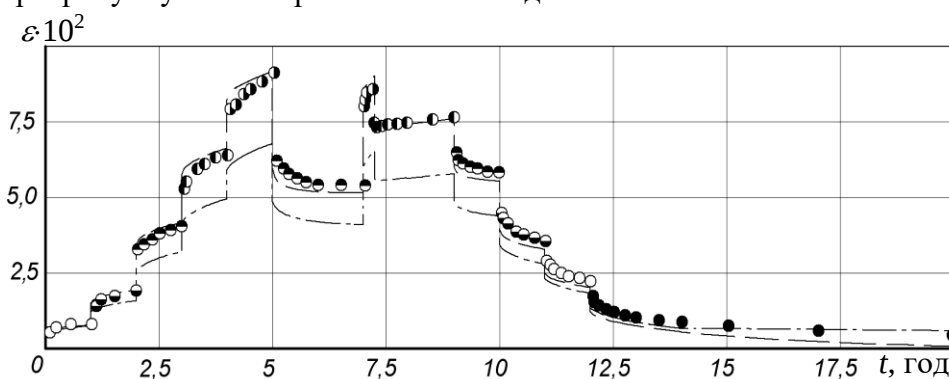
де σ_1 – початкове напруження, що прикладено у момент часу $\tau = t = 0$;
 $\Delta\sigma_k = \sigma_{k+1} - \sigma_k$ – величина елементарних довантажень і розвантажень у момент часу $\tau = t_k$.

Деформації повзучості розраховуються із використанням нелінійної моделі в'язкопружності із незалежною від часу нелінійністю [1], яка задається згладжуючим кубічним сплайном, за рівнянням

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^3 b_{i,j} \left\{ h(t)\sigma_1 \left(1 + \lambda \int_0^t \frac{(-\beta)^n(\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} d\tau \right) \pm \sum_{k=1}^{m-1} h(t-t_{k+1}) |\Delta\sigma_k| \left(1 + \lambda \int_0^{t-t_{k+1}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n(\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]} d\tau \right) \right\}^i, \quad (2)$$

де ядро спадковості обране у вигляді дробово-експоненційної функції з параметрами α, β, λ .

В роботі розв'язано та експериментально апробовано задачу розрахунку деформацій нестационарної повзучості для полівінілхлоридного пластикату за умов багаторазового довантаження і розвантаження при напруженнях: $\sigma_k = 0,125$ (○), $0,25$ (◐), $0,5$ (◑), $0,75$ (◒), $1,0$ (◓), 0 (●) МПа. Результати розрахунків деформацій нестационарної повзучості $\varepsilon(t)$, що розраховані за рівнянням (2), наведено на мал.1., які співставлено з експериментальними даними запозиченими з [2]. Отримано задовільне узгодження результатів розрахунку із експериментальними даними.



Мал.1. Вихідні експериментальні дані (точки) і розрахункові (штрихові лінії) значення кривих повзучості полівінілхлоридного пластикату за умов чергування довантажень та розвантажень.

1. Golub, V.P., Pavlyuk, Y.V. & Fernati, P.V. Determining Parameters of Fractional–Exponential Heredity Kernels of Nonlinear Viscoelastic Materials // Int Appl Mech, 2017. – Vol. 53, P.419–433.
2. Самарин Ю.П. О ползучести поливинилхлоридного пластика при переменных нагрузках/ Ю. П. Самарин, О. В. Сорокин // ДАН СССР – 1970. – Т. 195. – №2. — С.333—336.

Перепічка Василь Васильович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України,
 Івано-Франківськ, Україна,
 e-mail: v.v.perepichka@gmail.com

ЗАДАЧА ДИНАМІКИ ПРУЖНОГО СТЕРЖНЯ З ЗОВНІШНІМ СУХИМ ТЕРТЯМ ПРИ ЗБУРЕННІ ПОШТОВХОМ ІЗ ЛІНІЙНИМ, ОБМЕЖЕНИМ У ЧАСІ, ЗРОСТАННЯМ ЗУСИЛЬ ПРИТИСКУ НА ТОРЦІ

Перепічка В.В.

В рамках моделі Бернуллі класичної теорії стержнів та моделі фіксованого кулонівського тертя, що моделюється елементом Сен-Венана, розглянуто задачу нестационарної динаміки півнескінченного стержня, що взаємодіє з середовищем через бокові поверхні шляхом фрикційного проковзування в контакт. Навантаження торця приймається як неударне та лінійне, при умові обмеженості в часі зростання сили притиску на торці.

Нелінійна початково-крайова задача знаходження позовжніх переміщень стержня $u(X, T)$ для процесу збурення записується наступним чином:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(X, T)}{\partial X^2} + \frac{\Pi \tau_X}{A E} &= \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u(X, T)}{\partial T^2}, \quad X \geq 0, T > 0; \\ \frac{\partial u(X, T)}{\partial T} \neq 0: \tau_X &= -\tau_c \operatorname{sgn} \frac{\partial u(X, T)}{\partial T} \quad \text{or} \quad \frac{\partial u(X, T)}{\partial T} = 0: |\tau_X| \leq \tau_c; \\ u(X, 0) &= 0, \quad \frac{\partial u(X, 0)}{\partial T} = 0, \quad X \geq 0; \\ E \frac{\partial u(0, T)}{\partial X} &= -\frac{\sigma_0}{n} [T \cdot H(T) - (T - a) \cdot H(T - a)], \quad u(\infty, T) = 0, \quad T > 0. \end{aligned}$$

Тут X , T – координата та час у вибраній системі відліку з початком на краю стержня; A – площа поперечного перерізу стержня, Π – довжина частини периметру, де діє сухе тертя; τ_X – дотичні напруження на бічній поверхні, τ_c – порогове значення дотичних напружень; ρ , E – густина та модуль Юнга матеріалу стержня; σ_0 – довільне робоче напруження притиску, n , a – час (у секундах), за скільки часу напруження притиску досягає робочого значення та момент стабілізації притиску відповідно; $H(t)$ – функція Гевісайда.

Аналітичний розв'язок сформульованої нестационарної крайової задачі побудовано як суперпозицію споріднених задач, а саме задачі збурення заданим навантаженням стержня за відсутності тертя на боковій поверхні та задачі про поширення дотичних зусиль на боковій поверхні стержня зі сталою в часі швидкістю, що менша за акустичну характеристику матеріалу стержня. Умова спорідненості задач пов'язує швидкість фронту збурення по довжині стержня в задачі про дотичні зусилля та закон навантаження в часі торця для задачі збурення стержня без тертя.

Встановлено хвильову картину процесу збурення в стержні, проаналізовано вплив факторів інтенсивності довантаження притиску та стабілізації зусилля на структуру області руху. Отримано розподіли для нестационарних полів переміщення, швидкості та напружень, стрибки на характеристиках слабого розриву, що виникають в процесі збурення стержня.

Виявлено, що, як і при ударі, рух зрушених перерізів стержня припиняється одномоментно по всій довжині збуреної області. Отримані вирази для протяжності зрушеної ділянки, для часу руху стержня після стабілізації зусилля притиску та для залишкових напружень після зупинки руху в залежності від параметрів моделі та навантаження у задачі.

Плацинська Алла Вікторівна, кандидат техн. наук, старший науковий співробітник
 Інститут механіки імені С.П.Тимошенка Національної академії наук України, Київ, Україна
 e-mail: plashchynska.alla@gmail.com
 Романов Олександр Веніамінович, кандидат техн. наук, старший науковий співробітник
 Інститут механіки імені С.П.Тимошенка Національної академії наук України, Київ, Україна
 e-mail: creep@inmech.kiev.ua

ЩОДО РОЗРАХУНКУ ВТОМНОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ ПРИЗМАТИЧНИХ СТЕРЖНІВ ЗА УМОВ ОДНОВІСНОГО АСИМЕТРИЧНОГО ЗГИНУ

Плацинська А.В., Романов О.В.

У роботі розглядається підхід [1, 2] щодо розв'язку задач розрахунку довговічності зразків матеріалів та елементів конструкцій внаслідок втоми за умов одновісного асиметричного навантаження, який ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, що дозволяє асиметричні цикли навантаження звести до симетричного. Структура еквівалентних напружень задається виходячи із гіпотези існування єдиної діаграми граничних напружень у нормованій системі координат, яка є інваріантною числу циклів до руйнування. У межах підходу розв'язано задачі розрахунку втомної довговічності призматичних стержнів за умов асиметричного згину як функції амплітуди циклічних напружень по параметру середнього напруження циклу σ_m^b , коефіцієнту асиметрії R та коефіцієнту амплітуд A [1, 2]. Вихідні рівняння для розрахунку довговічності за зазначеними параметрами задаються у вигляді системи

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\omega_f}{dn} = D_\sigma \left(\frac{\sigma_{eqv}^b}{1 - \omega_f} \right)^{q^b \sigma} \\ n_R = \frac{1}{(1 + q_\sigma) D_\sigma (\sigma_{eqv}^b)^{q^b \sigma}} \end{array} \right. \quad \forall \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m^b}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda^b} \sigma_a^b \\ \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{1 + R}{1 - R} \frac{\sigma_a^b}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda^b} \sigma_a^b, \\ \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{A} \frac{\sigma_a^b}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda^b} \sigma_a^b \end{array} \right. \quad (1)$$

де скалярний параметр пошкодження $\omega_f = 0$ при $n = 0$ та $\omega_f = 1$ при $n = n_R$; σ_a^b – амплітуда циклічного напруження; σ_B – межа короткочасної міцності матеріалу стержня; n_R – число циклів до руйнування; $q^b \sigma$, D_σ , λ^b – матеріальні константи; σ_{eqv}^b – еквівалентне напруження, що враховує вплив σ_m^b та параметрів R , A , які визначаються зі співвідношень

$$R = \sigma_{\min}^b / \sigma_{\max}^b = (1 - A) / (1 + A); \quad A = \sigma_a^b / \sigma_m^b = (1 - R) / (1 + R). \quad (2)$$

Отримано задовільне узгодження результатів розрахунків із даними експериментів, максимальна похибка не перевищує 20%.

1. Голуб В.П., Крижановский В.И. К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении // Пробл. прочности, 1994. – № 4. – С. 3.
2. Сочава А.И. Исследование влияния постоянной составляющей цикла на выносливость сплава Д16Т при осевых нагружениях // Известия ВУЗов. – Москва: Машиностроение, 1975. – №12. – С. 39-42.

Ревенко Віктор Петрович, доктор фіз.-мат. наук, провідний науковий співробітник,
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, Львів, Україна,
e-mail: victorrev@ukr.net

ПОБУДОВА НОВОГО ЧАСТКОВОГО І ЗАГАЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯНЬ ТЕОРІЇ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Ревенко В.П.

Розглянуто систему рівнянь Нав'є тривимірної статичної теорії термопружності в декартовій системі координат: $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$. Встановлено, що відомі елементарні часткові температурні розв'язки рівнянь статичної теорії термопружності, які визначаються температурою і не містять пружних переміщень, задовольняють такі умови [1]:

$$e^T = 3\alpha T, \quad \Theta^T = \sigma_1^T + \sigma_2^T + \sigma_3^T = 0. \quad (1)$$

Означення. Часткові розв'язки системи рівнянь Нав'є називатимемо температурними, якщо вони не містять в собі пружних переміщень.

Теорема 1. Рівності (1) виконуються для всіх температурних розв'язків рівнянь Нав'є.

Із умов (1) і фізичних міркувань випливають такі закономірності розподілу чисто температурних переміщень: вони накопичуються по інтегральному закону; якщо температура є лінійною функцією, то вони повинні співпадати з відомими переміщеннями; якщо температуру спрямувати до нуля, то вони повинні збігатися до нуля. На основі цих тверджень знайдено новий частковий температурний розв'язок системи рівнянь Нав'є

$$u_j^T = \frac{\partial \vartheta}{\partial x_j} + \beta_1 \Omega_j, \quad j = \overline{1,3}, \quad (2)$$

де T , $\Omega_j = \int T dx_j$ – тривимірні гармонічні функції, $\vartheta(x, y, z) = \beta(x\Omega_1 + y\Omega_2 + z\Omega_3)$ – бігармонічна функція, $\beta = -\alpha/6$, $\beta_1 = 4\alpha/3$. Інтеграли Ω_j означені так, що вони є гармонічними функціями, які дорівнюють нулю, коли температура рівна нулю.

На основі переміщень (2) визначено температурні напруження

$$\sigma_j^T = 2G \left\{ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_j^2} + \frac{1}{3} \alpha T \right\}, \quad \tau_{jm}^T = 2G \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_j \partial x_m} + \beta_1 G \left[\frac{\partial \Omega_j}{\partial x_m} + \frac{\partial \Omega_m}{\partial x_j} \right]. \quad (3)$$

Теорема 2. Загальний розв'язок системи рівнянь статичної теорії термопружності можна подати у вигляді

$$u_j = \frac{\partial P}{\partial x_j} - (-1)^j \frac{\partial \Psi^2}{\partial x_{3-j}} + \beta_1 \Omega_j, \quad j = \overline{1,2}, \quad u_3 = \frac{\partial P}{\partial x_3} - 4(1-\nu)\Psi^1 + \beta_1 \Omega_3, \quad (3)$$

де $P = z\Psi^1 + \Psi^3 + \vartheta$; $\Psi^j(x, y, z)$, $j = \overline{1,3}$ – незалежні гармонічні функції.

Conclusions. It was established that the sum of normal temperature stresses is equal to zero, and the volume deformation is equal to $e = 3\alpha T$; if the temperature does not change in some spatial direction, then in this direction the normal temperature stresses are zero; the known thermoelastic displacement potential, which is defined implicitly as a partial solution of Navier's differential equations, includes elastic displacements.

1. Revenko V. Construction of static solutions of the equations of elasticity and thermoelasticity theory/ V. Revenko// Scientific Journal of TNTU. – 2022. – **108**, № 4. – P. 64–73.

Рушицький Ярема Ярославович¹, доктор фіз.-мат. наук, професор, чл.-кор. НАН України
e-mail: rushch@inmech.kiev.ua

Сінчило Сергій Володимирович¹, кандидат фіз.-мат. наук e-mail: reol@inmech.kiev.ua

Юрчук Василь Миколайович¹, кандидат фіз.-мат. наук e-mail: reol@inmech.kiev.ua

¹Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

КРУТИЛЬНІ ПРУЖНІ ХВИЛІ. ДЕЯКІ АСПЕКТИ НЕЛІНІЙНОГО АНАЛІЗУ

Рушицький Я.Я., Сінчило С.В., Юрчук В.М.

Крутильні хвилі є класичними в лінійній теорії пружності. В нелінійній вони маловивчені. В загальній теорії хвиль ці хвилі є досі предметом наукового аналізу для різних фізичних моделей. У теорії пружності (у лінійному і нелінійному підходах) крутильні хвилі розглядаються як один з типів циліндричних хвиль. Вважається, що гармонічна крутильна хвиля у напрямку осі симетрії Oz суцільного кругового циліндра заданого радіуса збуджується імпульсом $u_g(t) = u_g^0 e^{i\omega t}$, прикладеним до зовнішньої поверхні циліндра $z = 0$. Тоді в циліндрі виникає крутильна хвиля, яка поширюється вздовж його осі. Застосовуються циліндричні координати. Також деформований стан вважається осесиметричним, а радіальне і осьове зміщення – відсутніми $u_r(r, z, t) = u_z(r, z, t) = 0$. Тоді рівняння $u_{g,rr} + (1/r)u_{g,r} - (1/r^2)u_g + u_{g,zz} - (1/v_T^2)u_{g,tt} = 0$, де $v_T = \sqrt{\mu/\rho}$ є фазовою швидкістю зсувної хвилі в лінійно пружному матеріалі, μ – модулем зсуву і ρ – густиною матеріалу, є лінійними хвильовими рівняннями. Розв'язок хвильового рівняння виражається через функцію $\tilde{u}(r) = \tilde{u}^0 J_1(\beta r)$ $\beta = \sqrt{k_T^2 - k_z^2}$. Хвильове число k_z і відповідна фазова швидкість $v_z = (\omega/k_z)$ визначаються з умови відсутності напружень $\sigma_{rr}(r^0, z, t) = \sigma_{rg}(r^0, z, t) = \sigma_{rz}(r^0, z, t) = 0$ на боковій поверхні циліндра $r = r^0$.

Нелінійна теорія пружності дає можливість працювати з десятками різних підходів, оснований на певній моделі (потенціалі). Якщо спосеред моделей деформування матеріалу вибрати п'ятиконстантну модель Мернагана, яка задається кубічно нелінійним пружним потенціалом $W(I_1, I_2, I_3) = \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 + \frac{1}{3}AI_3 + BI_1I_2 + \frac{1}{3}CI_1^3$ зі звичайними представленнями перших інваріантів тензора деформації, то можна отримати просте нелінійне хвильове рівняння

$$\mu \left[Lu_g \equiv \left(u_{g,rr} + \frac{1}{r}u_{g,r} - \frac{1}{r^2}u_g + u_{g,zz} \right) \right] - \rho u_{g,tt} = Lu_g \frac{1}{2} B \left[(u_{g,r})^2 + \frac{1}{r}u_{g,r}u_g + \frac{2}{r^2}u_g^2 + (u_{g,z})^2 \right].$$

Особливість моделі Мернагана є такою, що всі три напруження на поверхні циліндра включають нелінійні доданки і не можуть прирівнюватись до нуля, оскільки у такому випадку для знаходження однієї невідомої величини – хвильового числа – задаються три рівняння. Тоді задача стає переозначеною. Виникає питання загального порядку про перехід від лінійної задачі до спорідненої з нею нелінійної. У лінійному підході два напруження з граничних умов є нульовими завжди і всюди (не лише на граничній поверхні циліндра). Характерне для багатьох задач збереження граничних умов при переході від лінійної постановки до нелінійної у задачі про нелінійні крутильні хвилі не виглядає в даному випадку коректним.

При аналізі нелінійного розв'язку виявлено і прокоментовано два нові аспекти. Аспект 1 пов'язаний з тим, що амплітуда крутильної хвилі змінна у радіальному напрямку, досягає максимумів усередині циліндра, може бути нульовою для певних значень радіуса і суттєво залежить від радіуса циліндра. Аспект 2 пов'язаний з переходом від лінійних граничних умов до нелінійних. Показано певну тяглість в переході від задачі про кручення суцільного кругового пружного циліндра (задачі статичної) до задачі про крутильні хвилі у такому циліндрі (задачі динамічної). Пов'язано нелінійний статичний ефект Кельвіна з появою нормальних напружень при поширенні крутильних хвиль в нелінійно пружному матеріалі.

Рушицький Ярема Ярославович, доктор фіз.-мат. наук, професор, чл.-кор. НАН України
 Інститут механіки ім. Тимошенка С.П. НАН України
 e-mail: rushch@inmech.kiev.ua

ПРО ТИПОВІ МЕХАНІЧНІ ЕКСПЕРИМЕНТИ З АУКСЕТИЧНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

Рушицький Я.Я.

Розглянуто сім механічних експериментів[1-7], типових для вчених, які вивчають ауксетичні властивості матеріалів. Ці експерименти є механічними за ознакою використання експериментального обладнання, виготовленого для досліду на розтяг-стиск зразків з тих чи інших матеріалів. У механіці таке обладнання стандартизоване і також стандартизована форма зразків. У експериментах, що розглядаються, зразки не завжди стандартні і тому висновки щодо цих експериментів нестандартні. Відомо, що згадані механічні досліди виконуються на зразках з певного матеріалу і спостережені властивості є такими ж для усіх конструкцій з цього матеріалу (до прикладу, визначена величина модуля Юнга є такою ж для всіх конструкцій). Коли ж зразок не є стандартним, то спостережені властивості стосуються лише цього зразка.

Метою проаналізованих експериментів є визначення чи виявляє зразок властивість ауксетичності. Якщо не виявляє, то при розтязі зразка його поперечний переріз зменшується (зразок витоншується). Це характерна властивість традиційного матеріалу. Якщо переріз збільшується (зразок якби **набрякає**), то це характерна властивість ауксетичного матеріалу. Мірою цього явища у механіці є коефіцієнт Пуассона – для ауксетичних матеріалів він повинен бути від'ємним.

Предметом аналізу вказаних семи експериментів є застосована модель пружного деформування, форма зразка (стандартна чи ні) і використана авторами експериментів термінологія. Загальний висновок з проведеного аналізу може бути сформульований кількома реченнями. По-перше, в експериментах діапазон деформацій не відповідає лінійній теорії. Тут повинна застосовуватися нелінійна теорія пружності. По-друге, використання терміну «коефіцієнт Пуассона» у випадках невеликих деформацій і нестандартних зразків у вигляді дискретних структур типу циліндричної оболонки свідчить про те, що автори вкладають у цей термін інший сенс – класичний коефіцієнт Пуассона є постійною величиною, експерименти ж показують, що він є нелінійною функцією поздовжньої і поперечної деформацій. Крім того, у випадку зразків у вигляді конструкції висновки про властивість ауксетичності стосуються лише цієї конструкції і не мають загального характеру.

В цілому, вчені, що працюють в області ауксетичних матеріалів, повинні би враховувати положення класичної механіки пружних матеріалів і тому використання терміну «коефіцієнт Пуассона» при вивченні ауксетиків потребує певного переосмислення. Цей термін слід би замінити терміном «функція Пуассона», що по суті вже запропоновано в публікації [7]. У такий спосіб можна було б усунути дисонанс з класичною механікою пружних матеріалів.

1. Plewa J, Płon'ska M, Feliksik K. An Experimental Study of Auxetic Tubular Structures. *Materials*; 2022; 15, 5245-5263.
2. Ali M. Experimental and Numerical Study of Ductile Metal Auxetic Tubular Structures [thesis]. Blacksburg, Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University; 2020.
3. Fila T, Zlalmal P., Falta J., Doktor T., Koudelka P., Kytir D., Adorna M., Luksch J., Neuhäuserova M., Valach J., Jirousek O. Testing of Auxetic Materials Using Hopkinson Bar and Digital Image Correlation. EPJ Web of Conferences DYMAT2018. 2018; 183, 02045.
4. Borcea C.S., Broeren F.G.J., Herder J.L., Streinu I., van der Wijk V. Auxetic interval determination and experimental validation for a three-dimensional periodic framework. *Mathematics and Mechanics of Solids*; 2022; 27(5)764–774.
5. Babaei S., Shim J., Weaver J.C., Chen E.R., Patel N., Bertoldi K. 3D Soft Metamaterials with Negative Poisson's Ratio. *Advanced Materials*; 2013; 25(36), 5044-5049.
6. Scarpa F., Pastorino P., Garelli A., Patsias S., Ruzzene M. Auxetic compliant flexible PU foams: static and dynamic properties. *Physica Status Solidi B*, 2005, 242 (3). - P.681-694.
7. Ciambella J, Bezazi A., Saccomandi G, Scarpa F. Nonlinear elasticity of auxetic open cell foams modeled as continuum solids. *J. Appl. Phys.*; 2015; 117, 184902.

VII міжнародна наукова конференція "СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ"
28-30 серпня 2023, Київ, УКРАЇНА

Савельєва Катерина Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, с.н.с. відділу реології,
Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
e-mail: katerina1971s@gmail.com;

Дашко Ольга Геннадіївна, кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с. відділу реології,
Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
e-mail: olga.dashko@gmail.com

ВЗАЄМОДІЯ ПОЗДОВЖНИХ НЕЛІНІЙНО ПРУЖНИХ ХВИЛЬ

Савельєва К.В., Дашко О.Г.

Для класичного акустичного середовища проведене теоретичне дослідження поширення плоских поздовжніх хвиль, для яких вектор переміщень залежить тільки від одної просторової координати $\vec{u} = \vec{u}(x_1, t)$. Для опису нелінійного деформування матеріалу використано пружний потенціал Мурнагана [1,2].

Розглянуто випадок поширення тільки поздовжніх хвиль. Початкове збудження поперечних хвиль вважається відсутнім. Додатковою умовою є умова слабкої нелінійності середовища, що означає повільність зміни амплітуд при поширенні хвиль (це означає, що при поширенні хвилі за час, рівний одному періоду, зміною амплітуди хвилі можна знехтувати). Ця умова дає можливість застосувати метод повільно змінних амплітуд (метод Ван дер Поля, що традиційно застосовується для вивчення хвильової взаємодії в нелінійній оптиці). Розглянуто нелінійне рівняння

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = N_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \frac{\partial u_1}{\partial x_1}. \quad (1)$$

Як відомо [1], розв'язок відповідного лінійного рівняння, що утворюється при відкиданні нелінійної правої частини – це класична гармонічна хвиля $u_1(x_1, t) = A_{lin} e^{i(k_{lin}x_1 - \omega t)}$. Розв'язок нелінійного рівняння (1), що описує взаємодію скінченного числа нелінійних поздовжніх хвиль, представлено у вигляді

$$u_1(x_1, t) = \sum_{m=1}^M A_{1m}(x_1) e^{i\varphi_m}. \quad (2)$$

(параметри у фазах $\varphi_m = k_{1m}x_1 - \omega_m t$ – постійні величини). Оскільки, згідно методу, вираз (2) повинен задовольняти рівнянню (1), були виконані наступні кроки: підстановка (2) до (1); врахування того, що кожен з додатків (2) є розв'язком лінійного рівняння; знехтування другими похідними амплітуд з міркувань відсутності зовнішнього притоку енергії до хвиль; збереження з нелінійних членів лише добутку амплітуд з метою врахування взаємодії хвиль. В результаті отримано диференціальне рівняння першого порядку відносно амплітуд

$$\sum_{m=1}^M k_{1m} \frac{dA_{1m}}{dx_1} e^{i\varphi_m} = - \frac{N_1}{2(\lambda + 2\mu)} \sum_{n=1}^M \sum_{p=1}^M k_{1n} k_{1p}^2 A_{1n} A_{1p} e^{i(\varphi_n + \varphi_p)}. \quad (3)$$

За традиційною термінологією нелінійної оптики, це – вкорочене рівняння, яке дає можливість подальшого дослідження різних випадків хвильової взаємодії.

1. Рушицький Я. Я. Цурпал С. І. Хвилі в матеріалах з мікроструктурою. – Київ.: Інст.механіки ім. С. П. Тимошенка, 1998. – 377 с.

2. Гузь А.Н., Рушицький Я.Я., Гузь И.А. Введение в механику нанокмполитов. – К.: Академперіодика, 2010. – 398 с.

Сенченков Ігор Костянтинович, доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник
 Червінко Ольга Петрівна, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник
 Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, e-mail: term@inmech.kiev.ua
 Чекурін Василь Феодосійович, доктор фіз.-мат. наук, професор
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

В'ЯЗКОПРУЖНИЙ ШАРУВАТИЙ ЦИЛІНДР ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМУ ЗБЕРІГАННІ

Сенченков І.К., Чекурін В.Ф., Червінко О.П.

Однією з головних проблем проектування ракет з РДТП є забезпечення міцності елементів ракети під час зберігання [1]. В даній роботі РДТП моделюється порожнистим циліндром (рис.1 тонка лінія) з в'язкопружного матеріалу ($0,1m < r < 0,434m$ – тверде паливо), поміщеним в тришарову пружну оболонку ($0,434m < r < 0,437m$, $0,447m < r < 0,45m$ – два шари ізоляції; $0,437m < r < 0,447m$ – корпус).

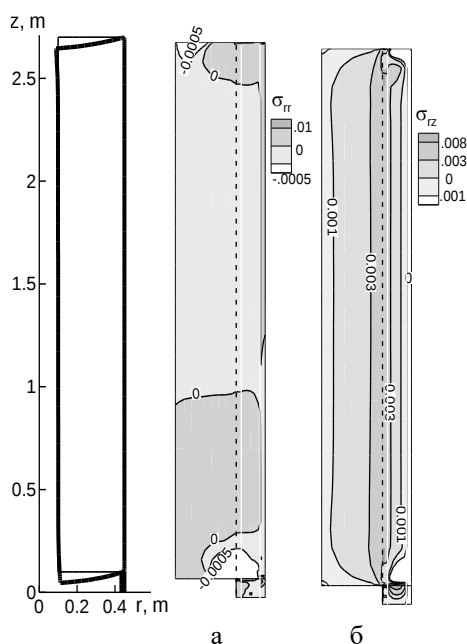


Рис. 1

а

Рис. 2

б

Система рівнянь квазістатичної термомеханіки включає рівняння теплопровідності, рівняння рівноваги з врахуванням об'ємних сил, граничні умови на вільних зовнішній і внутрішній поверхнях, а також умови ідеального механічного контакту на поверхнях шарів.

Тверде паливо (ТП) вважається лінійно в'язкопружним ізотропним термореологічно простим матеріалом [2, 3]. Припускається, що виріб зберігається в вертикальному положенні з гладким обпиранням на оболонку при $z = 0$. Між паливом і опорою є проміжок.

На рис. 1 показано рівноважну деформовану конфігурацію для $t = 2 \cdot 10^6$ с, $E = E_\infty = 2$ МПа. Переміщення збільшені у 50 разів. На рис. 2а,б представлені ізолінії рівноважних напружень σ_{rr} і $\sigma_{\phi\phi}$ (в МПа) у циліндричній системі координат Orz . Область ізоляція+оболонка розтягнута в 10 разів за радіусом. Штрихова лінія відповідає розриву масштабу.

Максимальні напруження мають місце в околі верхнього і нижнього торців поблизу контактів оболонки з внутрішнім ізолювальним шаром і паливом. Оболонка стиснута ($\sigma_{zz} < 0$), причому стиснення зростає при наближенні до опорного торця. Радіальні (відривні) напруження $\sigma_{rr} > 0$ (рис. 2а) на межі паливо-внутрішній ізолювальний шар-оболонка спостерігаються поблизу верхнього торця і в нижній третині циліндра. Окружні напруження $\sigma_{\phi\phi}$ в паливі стискальні у верхній частині циліндра за винятком області концентрації біля верхнього торця. Зсувні напруження (рис. 2б) зростають по мірі наближення до оболонки і поодаль оточув куткових точок досягають значень $\sigma_{rz} \approx 0.0035$ МПа.

1. Синюков А.М., Волков П.И., Львов А.И., Мишкович А.М. Баллистическая ракета на твердом топливе. – М.: Воениздат, 1972. – 512 с.
2. Renganathan K., Nageswara Rao B., Jana M.K. Slump Estimation of Cylindrical Segment Grains of a Typical Rocket Motor under Vertical Storage Conditions Trends in Applied Sciences Research, 2006. – 1(1). – P.97–104.
3. Shapery R.A. Approximate methods of transform inversion of viscoelastic stress analysis / Proc. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech., 1962. – V 2. – P. 1075–1085.

Середницька Христина Ігорівна, кандидат фіз.-мат. наук,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів,
 Україна;
 e-mail: ser.kristina@gmail.com

ВПЛИВ ПОЗДОВЖНЬОЇ І ПОПЕРЕЧНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ МІЖФАЗНИХ ЩІЛИН НА ЕФЕКТИВНІ ПАРАМЕТРИ БІМАТЕРІАЛУ

Дана доповідь присвячена дослідженню ефективних параметрів біматеріалу з періодичною системою міжфазних щілин з урахуванням передачі тепла між їх берегами в поздовжньому і поперечному напрямі.

Розглядаємо біматеріал, що складається з двох півплощин D_1 і D_2 , матеріали яких наділені різними коефіцієнтами теплопровідності λ_1 , λ_2 , лінійного теплового розширення α_1 , α_2 , Пуассона ν_1 , ν_2 та модулями зсуву G_1 , G_2 . На лінії з'єднання півплощин розташована періодична система міжфазних щілин завдовжки $2a$ з початковою висотою $h_0(x)$ та періодом розташування d . Порожнини щілин заповнені теплопровідною речовиною, яка проводить тепло лише в поперечному напрямку з коефіцієнтом теплопровідності λ_m . Береги щілин покриті тонкими плівками, які проводять тепло лише в поздовжньому напрямку з коефіцієнтом теплопровідності λ_s . На нескінченності у напрямку, перпендикулярному до міжфазної лінії, біматеріал підданий дії однорідних розтягувальних зусиль інтенсивності p і стаціонарного однорідного теплового потоку густини q . Вважаємо, що заповнювач і плівки не чинять опору деформуванню компонент біматеріалу і береги щілин вільні від напружень. Сформульовану задачу термопружності зведено до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь [1] відносно розкриття щілин $h(x)$ та стрибка температури $\gamma(x)$ між їх берегами:

$$\lambda_s \gamma''(x) + \frac{6\lambda}{\pi d} \int_{-a}^a \gamma'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt - \lambda_m \frac{\gamma(x)}{h(x)} = -12q, \quad (1)$$

$$\frac{1}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt + \frac{\lambda \eta^-}{2} (\gamma(x) - \gamma_{ef}) = -\frac{G^*}{2} p + \frac{1}{d} \int_{-a}^a h'_0(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt, \quad (2)$$

$$\text{де } \gamma(\pm a) = 0; \quad h(\pm a) = 0; \quad \gamma_{ef} = \frac{1}{d} \int_{-a}^a \gamma(x) dx; \quad \lambda = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}; \quad \eta^- = \eta_2 - \eta_1; \quad \eta_1 = \frac{\alpha_1(1+\nu_1)}{\lambda_1};$$

$$\eta_2 = \frac{\alpha_2(1+\nu_2)}{\lambda_2}; \quad G^* = (1 - \kappa_1\kappa_2) / (G_1(1 - \kappa_2)); \quad (1 - 2\nu_1)G_2 = (1 - 2\nu_2)G_1; \quad \kappa_n = 3 - 4\nu_n; \quad n = 1, 2.$$

Систему (1)-(2) розв'язано за допомогою методу послідовних наближень та методу колокацій. На основі отриманого розв'язку задачі визначено ефективні параметри біматеріалу: ефективний стрибок температури та ефективний міжфазний термоопір. В залежності від напрямку теплового потоку спостерігається якісно різний розподіл ефективних параметрів біматеріалу. Для різних значень коефіцієнтів теплопровідності заповнювача і плівок проаналізовано явище термічної ректифікації в біматеріалі. Показано, що вплив поперечної теплопровідності щілин на параметр термічної ректифікації є більший ніж поздовжньої.

1. Мартиняк Р.М., Середницька Х.І. Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах. – Львів: Растр-7, 2017. – 168 с.

Solodun Oleksandr, Ph.D., Senior Researcher,
Institute of Mathematics of NAS of Ukraine
solodun@imath.kiev.ua

ON LINEAR THEORY APPLICATION FOR LIQUID SLOSHING IN TOROIDAL TANKS TO THE PROBLEMS OF JOINT OSCILLATIONS OF COMPLEX SYSTEMS

Solodun O.

We consider joint perturbed oscillations of complex systems consisting of a rigid body with a horizontal toroidal cavity partially filled with liquid. The solution of such problems is based on solution of two basic problems of the linear theory of liquid sloshing. The first one is the spectral boundary value problem

$$\Delta\varphi = 0, \quad \vec{r} \in Q_0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\nu} = 0, \quad \vec{r} \in S_0; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\nu} = \kappa\varphi, \quad \vec{r} \in \Sigma_0, \quad (1)$$

and at second one is the Neumann problem

$$\Delta\vec{\Omega} = 0, \quad \vec{r} \in Q_0, \quad \frac{\partial\vec{\Omega}}{\partial\nu} = \vec{r} \times \vec{\nu}, \quad \vec{r} \in S_0 + \Sigma_0, \quad (2)$$

There are currently no exact solutions for such areas and structures, so approximate solutions are needed, preferably in an analytical form. Such solutions were constructed by the variational method [1] in [2, 3] for some basic bodies of revolution. Based on the obtained results, it becomes possible to study the dynamics of new objects, that include toroidal cavities with a liquid. The specified solutions of main boundary value problems make it possible to derive linear mathematical models of the spatial motion of such complex systems in the form of a simple equations system of second order of the form:

$$\mu_i(\ddot{\beta}_i + \sigma_i^2 \beta_i) = -\lambda_i(\ddot{u} + g\theta) - \lambda_{0i}\ddot{\theta}, \quad (3)$$

where β_i determine the liquid sloshing and u, θ determine the rigid body motion. Due to good accuracy of coefficients calculating of the original problems (1), (2), an analysis was carried out on the example of structures important from a practical point of view. The dynamic "modal" equations of vibrations of water towers with toroidal megaliter tanks are derived in the present work. Using these equations, the eigenfrequencies of the joint vibrations of these towers are analyzed, including for the case when the eigenfrequencies of the fluid oscillations coincide with the eigenfrequencies of the tower.

- [1] Lukovsky I. Mathematical models of nonlinear dynamics of rigid bodies with liquid. – Kyiv: Nauk. Dumka. – 2010, 296 p.
- [2] Solodun A., Natural sloshing in toroidal tanks // Zb. Pr. Inst. Mat. NAN Ukr. – 2019, – **16**, #2 – С. 140-155.
- [3] Solodun A., Timokha A. The Narimanov-Moiseev multimodal analysis of nonlinear sloshing in circular conical tanks// Cham: Springer. Applied mathematical analysis: theory, methods, and applications. – 2020, – P. 267-309.

Alexander Timokha, PhD, Dr. Habil., Prof., Academician,
Institute of Mathematics of the NAS of Ukraine,
e-mail: atimokha@gmail.com, tim@imath.kiev.ua

THE PRANDTL AZIMUTHAL MASS TRANSPORT

Timokha A.N.

The azimuthal liquid mass transport during swirl-type sloshing (Prandtl's phenomenon, 1949) is theoretically described. The mass-transport (Prandtl's) velocity is associated with $w^P = w^E + w^S$, where w^E is the Eulerian-mean velocity contribution, which theoretically appears as a second-order vortical supplement to the asymptotic inviscid potential-flow solution from [1,2], and w^S is a non-Eulerian mean mass-transport component. The latter is co-directed with azimuthally propagating (swirling) wave, but w^E implies the return flow.

The Eulerian-mean velocity summand w^E is governed by the inviscid Craik-Leibovich equation whose special analytical form is derived in [3] by using asymptotic method and averaging in the vorticity equation. Getting a unique w^E from the Craik-Leibovich equation requires a tangential boundary conditions on the vertical tank wall. A trial condition can mathematically be derived from the nonlinear Eulerian boundary-layer analysis [4]. But the result does not fit the existing experimental features of the Prandtl mean transport velocity and causes a mathematical conflict caused by neglecting the fluid particles' motions by w^S in the neighbourhood of the tank wall.

Assuming the inviscid limit, we suggest that local mass transport w^S at the tank wall implies the dominant mechanism to constitute the Eulerian-mean flow. This implies that typical viscous vortical streams are neglected. One can use the inviscid Craik-Leibovich boundary problem, but adopt the time-averaged no-slip condition for the resulting (Eulerian + non-Eulerian) particle velocities on the tank wall which causes the tangential boundary condition $w^E = -w^S$. This condition can be treated as an analogy of the Kutta-Joukowski condition for steady ambient flow past a stationary foil.

Provided by this tangential boundary condition, one can derive w^P in an analytical form. The theoretical result is compared with the measured data [5,6]. The results are in a good quantitative agreement. It confirms that viscosity and associated viscous streams play a secondary role for the Prandtl mass-transport phenomenon.

1. Faltinsen O.M Resonant sloshing in an upright annular tank / O.M. Faltinsen, I.A. Lukovsky, A.N. Timokha // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2016. – 804. – P. 608–645.
2. Raynovskyy A. Sloshing in upright circular containers: theory, analytical solutions and applications / A. Raynovskyy, A. Timokha. – CRC Press/Taylor & Francis Group, 2021. – 170 pp.
3. Faltinsen O.M. An inviscid analysis of the Prandtl azimuthal mass transport during swirl-type sloshing / O.M. Faltinsen, A.N. Timokha // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2019. – 865. – P. 884–903.
4. Timokha A.N. Nonlinear boundary-layer problems and laminar vortical stream generated by resonance sloshing in a circular base tank / A.N. Timokha // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2019. – 240, No 3. – P. 358–373.
5. Hutton R.E. Fluid-particle motion during rotary swirling / R.E. Hutton // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* – 1964. – 31, No 1. – P. 145–153.
6. Bouvard J. Mean mass transport in an arbitrary shaken cylindrical container / J. Bouvard, W. Herreman., F. Moisy // *Phys. Rev. Fluids*. – 2. – Art. 084801.

Токовий Юрій Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, ст. н. с.,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
 Україна
 e-mail: tokovyy@iapmm.lviv.ua

ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Токовий Ю.В.

Структурно неоднорідні тіла, які виявляють просторову залежність усіх або деяких своїх матеріальних властивостей, становлять значний інтерес для науковців та інженерів як в академічних колах, так і в промисловості та інженерії. Понад сто років механічна поведінка неоднорідних тіл спонукає до численних спроб більш адекватного математичного моделювання та розробки ефективних методів аналізу. Не зважаючи на численні вагомі досягнення, деякі результати, на жаль, залишаються непоміченими широкою науковою спільнотою. З іншого боку, можна спостерігати зростаючу кількість публікацій, що неодноразово оприлюднюють розв'язки, про які повідомлялося багато років тому, або розглядають подібні проблеми з незначними модифікаціями. Відтак зростає потреба систематизації напрацьованих результатів та методів, а також виконання їх порівняльного аналізу.

У доповіді простежено основні досягнення щодо аналізу пружної поведінки макронеоднорідних тіл [1]. Особливу увагу приділено ефективним підходам, заснованим на використанні методу безпосереднього інтегрування [2, 3], що активно розробляється в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України. Основна ідея методу полягає у зведенні вихідних задач теорії пружності та термопружності для структурно неоднорідних тіл до розв'язування ключових рівнянь у термінах напружень, отриманих на основі умов сумісності деформацій. Для цього ефективно використано інтегральні співвідношення між компонентами тензора напружень, встановлені на основі рівнянь рівноваги та заданих крайових умов. Ключові рівняння отримують у вигляді інтегральних рівнянь другого роду, розв'язки яких можна отримати за допомогою аналітичних або чисельних методів.

1. Tokovyy Yu. Elastic analysis of inhomogeneous solids: history and development in brief / Yu. Tokovyy, C.-C. Ma // *Journal of Mechanics*. – 2019. – **35**, No. 5. – P. 613–626.
2. Tokovyy Yu. The direct integration method for elastic analysis of nonhomogeneous solids / Yu. Tokovyy, C.-C. Ma. – Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2021. – 329 p.
3. Калиняк Б. Розвиток ідей професора Василя Вігака стосовно розв'язування прямих та обернених задач термомеханіки / Б. Калиняк, Ю. Токовий, А. Ясінський // *Сучасні проблеми термомеханіки: збірник наукових праць* / за заг. ред. Р.М. Кушніра. – Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2016. – С. 39–44. – www.iapmm.lviv.ua/MPT2016.

Токовий Юрій Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, ст. н. с.,
 Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
 Україна
 e-mail: tokovyuy@iapmm.lviv.ua

ПРО МЕТОД ПОБУДОВИ АНАЛІТИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Токовий Ю.В.

У доповіді висвітлено використання методу безпосереднього інтегрування [1, 2] вихідних рівнянь теорії пружності стосовно побудови аналітичних розв'язків плоских осесиметричних задач для багатошарових циліндрів з радіальною неоднорідністю матеріалів шарів. На основі концепції «єдиного тіла» (коли багатошаровий композит трактується як єдине ціле з кусково-сталими (чи кусково-змінними – у випадку неоднорідності шарів) властивостями матеріалу) вдається звести сформульовані задачі теорії пружності до ключових інтегральних рівнянь другого роду з кусково-змінними ядрами. У роботі [3] використання такого підходу стосовно рівнянь у напруженнях призвело до їх формулювання у термінах узагальнених похідних, що певною мірою ускладнило аналіз внаслідок потреби врахування у відповідних формулах диференціювання стрибків функцій на поверхнях поділу шарів.

У цій роботі запропоновано модифікацію підходу [3], яка полягає у застосуванні безпосереднього інтегрування до рівняння суцільності, сформульованого у термінах деформацій. Внаслідок припущення ідеального контакту на поверхнях поділу шарів в рамках сформульованих задач відповідні компоненти тензора деформації зберігають неперервність, внаслідок чого результуюче ключове рівняння вдається сформулювати у термінах класичних похідних. Після виведення останнього рівняння вирази для радіальних і колових деформацій через компоненти тензора напружень використовуються для виведення інтегральних рівнянь другого роду для окремих напружень. У результаті застосування методу резольвентного ядра будується розв'язок отриманих інтегральних рівнянь у вигляді явних залежностей компонент тензора напружень і вектора переміщень від зовнішніх силових навантажень і розподіленого температурного поля. Така форма розв'язку є зручною для багатьох застосувань, наприклад, ідентифікації теплового та силового навантаження на недоступних поверхнях багатошарових неоднорідних твердих тіл. Перевагою запропонованого розв'язку також є те, що його реалізація є однаково ефективною для довільної кількості шарів і довільних залежностей властивостей матеріалу від радіальної координати в межах кожного шару.

Роботу виконано за підтримки українсько-словацького проєкту «Вплив нано-, мікро-, та мезо-неоднорідностей на макрохарактеристики термомеханічної поведінки композитних елементів конструкцій» (№ д. р. 0122U002392)

1. Tokovyuy Yu. The direct integration method for elastic analysis of nonhomogeneous solids / Yu. Tokovyuy, C.-C. Ma. – Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2021. – 329 p.
2. Tokovyuy Yu. Elastic analysis of inhomogeneous solids: history and development in brief / Yu. Tokovyuy, C.-C. Ma // Journal of Mechanics. – 2019. – **35**, No. 5. – P. 613–626.
3. Tokova L. Effect of the layer inhomogeneity on the distribution of stresses and displacements in an elastic multilayer cylinder / L. Tokova, A. Yasinsky, C.-C. Ma // Acta Mechanica. – 2017. – **228**. – P. 2865–2877.

Трач Володимир Мирославович, доктор техн. наук, професор
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна,
 e-mail: trach-vm@ukr.net
 Подворний Андрій Володимирович, кандидат техн. наук, доцент
Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна,
 e-mail: a.v.podvornyi@nuwm.edu.ua
 Жукова Наталія Борисівна, кандидат фіз.-мат. наук, старший наук. співробітник
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна,
 e-mail: zukowa_n@ukr.net

СТІЙКІСТЬ НЕТОНКИХ АНІЗОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК В ПРОСТОРОВІЙ ПОСТАНОВЦІ ПІД РОЗПОДІЛЕНИМ БОКОВИМ ТИСКОМ

Трач В.М., Подворний А.В., Жукова Н.Б.

Дослідження стійкості анізотропних оболонкових конструкцій є актуальною проблемою сьогодення. Однак, вирішенню цього питання присвячена незначна кількість наукових досліджень. Розв'язання задач стійкості таких конструкцій, базується на співвідношеннях двовимірних класичної або уточненої теорій [1,2]. Їх використання призводить до того, що низька зсувна жорсткість, обтіснення матеріалу оболонки за товщиною, а також його неоднорідність за цим напрямком або не враховуються взагалі, або в неповному обсязі. З точки зору врахування цих особливостей напружено-деформованого стану тривимірна теорія є більш придатною, тому що позбавлена необхідності використання спрощуючих гіпотез двовимірних теорій.

У представлений роботі автори пропонують підхід до розв'язання задачі стійкості у просторовій постановці стосовно шаруваті анізотропної циліндричної оболонки, що знаходиться в полі дії розподіленого бокового тиску. Матеріалом, з якого виготовлена оболонка, є волокнистий композит – боропластик. Анізотропія пружних властивостей пов'язана з неспівпадінням його власних осей ортотропії з криволінійною системою координат циліндричної оболонки.

Авторами на основі модифікації варіаційного принципу Ху-Васідзу [3] розроблена методика виведення диференціальних рівнянь стійкості тривимірної теорії пружності анізотропного тіла. Для розв'язку отриманої системи використовується процедура методу Бубнова-Гальоркіна. У відповідності до неї розкладаються всі розв'язуючі функції у подвійні ряди Фур'є так, щоб за координатою уздовж твірної оболонки вони задовольняли граничним умовам на торцях, а у коловому напрямку була врахована їх періодичність. Чисельний розв'язок отриманої одновимірної системи однорідних диференціальних рівнянь у радіальному напрямку проводиться при використанні методу дискретної ортогоналізації.

В якості реалізації запропонованого підходу досліджено вплив збільшення кількості перехресно армованих шарів однакової товщини на стійкість циліндричної анізотропної оболонки під дією розподіленого бокового тиску. Отримані результати порівнюються з критичними величинами, здобутими на основі ортотропного підходу до розв'язку анізотропної оболонкової конструкції.

1. Баженов В.А. Нелінійне деформування, стійкість і закритична поведінка анізотропних оболонок: Монографія. / Баженов В.А., Семенюк М.П., Трач В.М. – К.: Каравела, 2010. – 352 с.

2. Трач В.М. Деформування та стійкість нетонких анізотропних оболонок: Монографія. / Трач В.М., Подворний А.В., Хоружий М.М. – К.: Каравела, 2019. – 274 с.

3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.

Улітко Ігор Андрійович, кандидат фіз.-мат. наук,
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: ulitko@univ.kiev.ua

Борисейко Олександр Віталійович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
 e-mail: b12313@ukr.net;

Лебедева Ірина Валеріївна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: lebedevai@ukr.net

Курилко Олександр Борисович, кандидат фіз.-мат. наук,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: alexandr.kurylko@gmail.com

ПАДІННЯ ТА ВІДБИТТЯ ДИСПЕРСІЙНИХ ЗА КОРІОЛІСОМ ГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ НА ПОВЕРХНІ ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ

Улітко І.А., Борисейко О.В., Лебедева І.В., Курилко О.Б.

При створенні нових типів сенсорів інерціальної навігації на об'ємних акустичних хвилях пропонується використовувати властивість зміни напрямку вектора поляризації стаціонарних зсувних хвиль при проходженні ними певної скінченої довжини хвилеводу [1], що обумовлюється їх дисперсією за рахунок дії сил інерції обертового руху [2]. Також постають питання розрахунку відбитих та заломлених хвиль у структурі складеного хвилевода, або ж у випадку внутрішнього відбиття від неортогональної до фронту хвилі зовнішньої границі.

У цьому контексті ключову роль відіграє запропонована у доповіді постановка задачі про падіння та відбиття дисперсійних за Коріолісом хвиль на поверхні пружного півпростору під довільним до неї кутом. При постановці задачі передбачається, що вісь обертання є перпендикулярною до сагітальної площини Ozx падаючих та відбитих хвиль. Тоді записані у відносній системі відліку динамічні рівняння Ламе є зв'язаними за компонентами прискорень Коріоліса та включають компоненти відцентрових і переносних прискорень. Граничні умови на вільній або защемленій поверхні, на інтерфейсі двох середовищ не відрізняються від "нерухомого" випадку, але розв'язки для переміщень будуються на основі фундаментальних розв'язків для квазі-поздовжніх та квазі-поперечних хвиль у необмеженому середовищі [2]: заздалегідь передбачається, що хвильові вектори мають дві зв'язані компоненти переміщень, тобто падаючі та відбиті хвилі мають еліптичну поляризацію у площині Ozx .

У доповіді буде показано, що найбільш помітні зміни від кутової швидкості обертання настають для тих компонентів переміщень, які не мали місця в нерухомому півпросторі. Виявилось, що кут відбиття ϑ_1 "нормальної" хвилі дорівнює куту падіння ϑ_0 такої ж "нормальної" хвилі, а кут відбиття "тангенціальної" хвилі ϑ_2 та коефіцієнт відбиття α для малої кутової швидкості обертання $\varepsilon = \Omega/\omega$ можна оцінити за формулами

$$\alpha \approx \frac{c_1}{c_2} \left(1 + 2\varepsilon^2 \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_1^2 - c_2^2} \right), \quad \vartheta_2 \approx \arcsin \left[\frac{c_1}{c_2} \left(1 + 2\varepsilon^2 \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_1^2 - c_2^2} \right) \sin \vartheta_0 \right],$$

де c_1 і c_2 – відповідно, швидкості поздовжніх та поперечних хвиль в нерухомому тілі.

1. Gribkova E. Solid-state motion sensors on acoustic waves. Theory and experiment / E. Gribkova, A. Kukaev, D. Lukyanov, A. Lutovinov, A. Peregudov and M. Shevelko // 2014 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications, Beijing, China: proceedings. - 2014. - P. 22-24.

2. Улітко І.А. Дисперсия плоских гармонических волн в равномерно вращающемся упругом пространстве/ И.А. Улітко // Доповіді НАН України. - 1995 - №1 - С.54-57.

¹Ушакова Віра Сергіївна кандидат фіз.-мат. Інститут механіки С.П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ; e-mail creep@inmech.kiev.ua

²Ушаков О. В. Інститут спеціальної техніки та судових експертиз Служби безпеки України, вул. Василенка, 3, 03113, м. Київ; e-mail nddkr_ictе@ssu.gov.ua

³Горун Олена Юріївна, провідний науковий співробітник, Інститут спеціальної техніки та судових експертиз Служби безпеки України, вул. Василенка, 3, 03113, м. Київ; e-mail nddkr_ictе@ssu.gov.ua

ЗАСТОСУВАННЯ КУБІЧНИХ СПЛАЙНІВ В МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПОВЗУЧОСТІ ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Ушакова В.С.¹, к.ф.-м.н, с.н.с., Ушаков О.В.², заступник начальника центру,
Горун О.Ю.³, провідний науковий співробітник

Моделювання процесів повзучості лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану є фундаментальною задачею сучасної механіки деформівного твердого тіла. При розв'язуванні цієї задачі основну роль відіграє експеримент на повзучість, в якому дані представляють у вигляді дискретних значень деформацій при постійних напруженнях в певний момент часу. Функції, що задані дискретно за допомогою таблиць первинних або перетворених експериментальних даних аналітично представляються згладжуючими кубічними сплайнами у вигляді [1]

$$y(x) = y_j + \left(\frac{y_{j+1} - y_j}{h_j} - \frac{h_j}{6} (2k_j + k_{j+1}) \right) (x - x_j) + \frac{k_j}{2} (x - x_j)^2 + \frac{k_{j+1} - k_j}{6h_j} (x - x_j)^3$$

$$x \in [x_j, x_{j+1}]; \quad h_j = x_{j+1} - x_j; \quad j = \overline{1, l-1},$$

де k_j – коефіцієнти сплайну, що визначаються з умови неперервності першої похідної в точках x_j і краєвих умов на кінцях відрізка, що задають апроксимуючу функцію $y(x)$; y_j – табличні значення апроксимуючої функції в точках x_j .

На рис. 1 в якості прикладу наведено криві повзучості в координатах « $\varepsilon_{11} - t$ » для поліетилену ПВП-1 (а) при напруженнях $\sigma_{11} = 2,45$ (○); 5,0 (◐); 7,5 (◑); 8,75 (◒); 10,0 (◓); 11,25 (●) МПа, ПВП-2 (б) при напруженнях $\sigma_{11} = 5,1$ (○); 6,4 (◐); 6,9 (◑); 8,9 (●) МПа. Точками нанесено експериментальні дані, суцільними лініями нанесено апроксимацію згладжуючим кубічним сплайном, коефіцієнти сплайнів мають розмірність деформацій і залежать від j -го інтервалу розбиття осі [2].

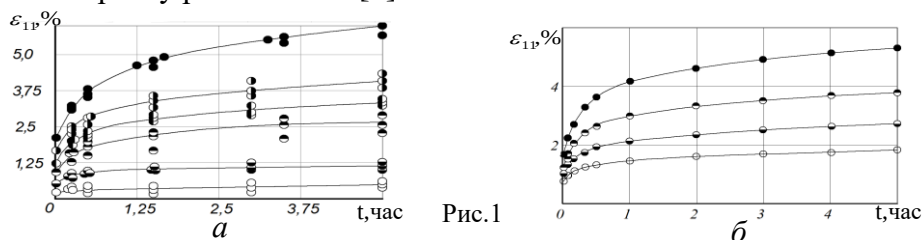


Рис. 1

На підставі отриманих результатів можна зробити висновок про працездатність обраного чисельного методу до задач повзучості.

1. Golub V.P., Pavluk Ya.V., Fernati P.V. To analysis of creep deformations of tinearly viscoelastic materials under nonstationary uniaxial loading // Inter. Applied Mechanics.- 2009.- 45, N10
2. Голуб В.П., Кобзарь Ю.М., Рагулина В.С. Метод определения параметров ядер наследственности нелинейно-вязкоупругих материалов с использованием весовых функций // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – Вып. 46. – С. 70-80.

VII International scientific conference "MODERN PROBLEMS OF MECHANICS"
August 28–30, 2023 | Kyiv, Ukraine

Fallah Arash S., PhD (Eng.), Prof. of Applied Mechanics ,
Oslo Metropolitan University, Norway,
e-mail: arashsol@oslomet.no.

TEACHING MECHANICS – SCHOOLS OF THOUGHT

Fallah Arash S.

Despite the fact that mechanics is a very well-established scientific discipline, mechanics education has not been immune to the vicissitudes of modern trends in knowledge transfer which have manifested themselves differently in the orient and occident. As the longitude shifts from east westward so do the trends and traditions in knowledge transfer. While the oriental method is in general primarily that of conferring knowledge and bestowing wisdom upon the youth by the master, in the western world knowledge is learnt mainly through discussing a problem and conviction through performing tasks and solving problems i.e. learning by doing. In outline form, the following features may be attributed to oriental way of teaching mechanics:

- Deductive knowledge transfer: starting from the most general formulation and subsequently focusing on reductions to simple cases.
- General theory superior to exemplification: mastering the fundamentals prior to embarking on solving problems.
- Limited use of audio-visual aids and online platforms (YouTube, Brilliant, etc.)
- Restricted use of online course management systems that support teaching and learning (Canvas, Blackboard, etc.)
- Hierarchical system: teachers are treated with more respect. Students have high regard for their professors and academic staff and are more reserved in questioning them.
- High degree of discipline: system advocates for each person to know their place hence performing the tasks assigned to them without delays e.g. solving problems or projects.
- Reliance on teacher: language barriers make independent learning difficult for students as most textbooks post WWII are in English.
- Little freedom: a disciplined closed system leaves little room for creativity and limits freedom in research.
- Heavy homework load and little experimental experience.
- Limited control over plagiarism: in the absence of plagiarism control, many learners copy others without producing their own work. Hence the novelty of the research and effective learning becomes limited.

As far as mechanics is concerned, in the occident the universities are prone to the attributes as follows:

- Inductive knowledge transfer: starting from simple formulations and focusing on problem solving to deduce the general theory and learn the basics.
- Examples are the best way to learn: mastering the fundamentals through solving problems.
- Wide use of audio-visual aids and online platforms (YouTube, Brilliant, etc.).
- Ubiquitous use of online course management systems that support teaching and learning (Canvas, Blackboard, etc.).
- Heterarchical system: teachers are treated as a source of inspiration. Students have regard for their professors and academic staff but do not fall shy of questioning them.
- Lower degree of discipline: system advocates collaboration among peers performing the tasks assigned to them in solving problems or performing projects.
- Strong control over plagiarism: in the presence of plagiarism control, many learners have to rely on themselves for novelty in research and effective learning.
- More effective learning as transfer of knowledge which is facilitated by students' knowledge of English.
- Regulations and guidelines for safeguarding, equal opportunities and Health and Safety improve the learning environment.

Khoroshev Kostiantyn, Ph.D. (phys.-math.), associate professor,
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine
 e-mail: khoroshev.kostiantyn@lil.kpi.ua
 Duchenko Kyryl, student of B.Sc. Mechanical Engineering, School of Engineering and Design,
Technical University of Munich, Munich, Germany
 e-mail: duchenko48@gmail.com
 Kykot Serhii, Ph.D. (phys.-math.), associate professor,
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine
 e-mail: kykot.serhii@lil.kpi.ua

POSITIONAL ANALYSIS OF STRUCTURAL GROUPS OF THE SECOND CLASS BY ARTOBOLEVSKY

Khoroshev K., Duchenko K., Kykot S.

To facilitate the algorithmization for investigation of motion of various mechanisms in specialized applied and mathematical software complexes, increasing attention is being paid to analytical methods [1, 2, 3] of kinematic analysis of a wide range of planar linkages of the second class according to Artobolevsky. These methods allow establishing the dependence of kinematic characteristics of mechanism links on input parameters and structural features of the structural groups comprising them. All known approaches are different variations of geometric-projection methods for solving vector loop equations.

The paper considers the methodology for analyzing the positions of structural groups of the second class according to Artobolevsky [1] using an approach, based on solving of vector loop equations with vector algebra methods. It is known that there are five types of structural groups of the second class: each structural group is a planar kinematic chain consisting of two links and three kinematic pairs of the fifth class (rotational or translational) that form these links among themselves and with other links of the mechanism. The degree of freedom of the structural group equals zero.

Each structural group can be associated with an unique vector loop equation, which is generally polygonal. The constructed vector loop equations are reduced to triangular or rectilinear vector loop equations, and the methodology [4] for solving them is based on the use of vector algebra. For each of the five types of structural groups of the second class, a positional analysis is performed, the radius-vectors of characteristic points of the links in the global coordinate system are determined, depending on the radius-vectors of external kinematic pair points and geometric parameters of the links. Additionally, conditions for input data regarding the possibility of synthesizing a structural group are specified.

The obtained relationships are adapted for algorithmization and can be used for velocity and acceleration analysis, as well as kinetostatic analysis of structural groups of the second class according to Artobolevsky.

1. Kinytskyi Y.T. Theory of mechanisms and machines [in Ukrainian] / Y.T. Kinytskyi. – Kyiv: Naukova dumka, 2002. – 660 p.
2. Ozol O. Theory of mechanisms and machines [in Latvian] / O. Ozol. – Rīga: Zvaigzne, 1974. – 428 p.
3. Honchar M.O. Theory of mechanisms and machines [in Ukrainian] / M.O. Honchar. – Kyiv: Vinnychenko Publishing House, 2011. – 456 p.
4. Chace M.A. Vector Analysis of Linkages / M.A. Chace // Journal of Engineering for Industry. – 1963. – V. 85, N. 3 – P. 289-297.

Хотенко Олена Олександрівна¹, кандидат фіз.-мат. наук

e-mail: reol@inmech.kiev.ua

Юрчук Василь Миколайович¹, кандидат фіз.-мат. наук

e-mail: vasil_2008@ukr.net

¹ Інститут механіки НАН України ім. Тимошенка С.П.

ГРАНИЧНІ УМОВИ В АНАЛІЗІ НЕЛІНІЙНИХ ПОВЕРХНЕВИХ І КРУТИЛЬНИХ ХВИЛЬ

Хотенко О.О., Юрчук В.М.

Проаналізовано граничні умови при аналізі поширення поверхневої і крутильної хвиль у пружних матеріалах у рамках лінійного та нелінійного підходів. За нелінійну модель деформування вибрано п'ятиконстантну модель Мернагана [1], що характеризується потенціалом $W = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{mm})^2 + \mu (\varepsilon_{ik})^2 + \frac{1}{3} A \varepsilon_{ik} \varepsilon_{im} \varepsilon_{km} + B (\varepsilon_{ik})^2 \varepsilon_{mm} + \frac{1}{3} C (\varepsilon_{mm})^3$, де λ, μ – сталі Ляме, A, B, C – сталі Мернагана. В потенціалі використано тензор деформації Коші-Гріна. В аналізі класичної поверхневої хвилі Релея використовуються прямокутні декартові координати і рівняння руху записується через тензор напруження Лягранжа. Записані через зміщення рівняння руху отримуються з урахуванням рівнянь $\sigma_{ik} = \lambda \varepsilon_{ik} \delta_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ik}$ і лінійних співвідношень Коші. Розглядається варіант, коли потенціали зберігають лінійне представлення $\varphi = A_\varphi E E_L, \psi = A_\psi E E_T$, але при цьому граничні умови залишаються нелінійними. Тому нелінійність впливає як на амплітуду, так і на швидкість хвилі. Отримане нелінійне рівняння для знаходження швидкості поверхневої хвилі враховує всі класичні граничні умови вільної границі і значно ускладнене порівняно з лінійним $A_\varphi [l_1 + l_2 m - (n_1 + n_2 m) A_\varphi] = 0, A_\psi [l_3 + l_4 m - (n_4 + n_5 m^2) A_\psi] = 0$.

З точки зору особливостей граничних умов в нелінійному підході, залежність хвильового числа від фази є певною несподіванкою.

В аналізі крутильних хвиль використовуються циліндричні координати $\theta^1 = r, \theta^2 = \vartheta, \theta^3 = z$ і відповідна осесиметрична конфігурація з віссю симетрії Oz , що залежить від r, z і не залежить від координати ϑ . Розглядається нелінійне хвильове рівняння [2], з якого випливає, що крутильні хвилі є кубічно нелінійними, і до якого застосовується метод обмеження на градієнт зміщення. У лінійній постановці два напруження з граничних умов є нульовими завжди і всюди (не лише на граничній поверхні циліндра). Характерне для багатьох задач збереження граничних умов при переході від лінійної постановки до нелінійної у задачі про нелінійні крутильні хвилі не виглядає коректним. Ця особливість була неочікуваною. Тому раціонально зберегти в граничних умовах нелінійної задачі одну граничну умову щодо дотичного напруження $\sigma_{r\vartheta}$, характерного для крутильної хвилі. Саме вона у лінійній постановці трансформується в трансцендентне рівняння $r^o \sqrt{k_T^2 - k_z^2} J_0 \left(r^o \sqrt{k_T^2 - k_z^2} \right) = 2 J_1 \left(r^o \sqrt{k_T^2 - k_z^2} \right)$. Щодо нормального σ_{rr} та дотичного σ_{rz} напружень на поверхні циліндра в нелінійній постановці можна вважати, що вони не будуть нульовими і можуть бути вираховані при відомому хвильовому числі. Прокоментовано спільні особливості в аналізі граничних умов для розглянутих двох типів хвиль в нелінійно пружних середовищах з зовнішньою границею – поверхневих та крутильних.

1. *Rushchitsky J.J., Khotenko E.A.* On Rayleigh Wave in Quadratically Nonlinear Elastic Half-Space Murnaghan Model // *Int. Appl. Mech.* – 2011. – 47, N3. – P. 120–128.
2. *Rushchitsky J.J., Yurchuk V.M.* Effect of the Third Approximation in the Analysis of the Evolution of a Nonlinear Elastic P-wave. Part 1 // *Int. Appl. Mech.* – 2020. – 56, N 5. – P. 581 – 589.

Шевельова Наталія Володимирівна, аспірантка третього року навчання механіко-математичного факультету,

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна,

e-mail: nataliya.shevelyova@gmail.com

Ходанен Тетяна Володимирівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки,

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна,

e-mail: thod@ua.fm

СИСТЕМА КОЛІНЕАРНИХ ЕЛЕКТРИЧНО ТА МАГНІТНО ПРОНИКНИХ ТРІЩИН МІЖ ДВОМА П'ЄЗОЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

Шевельова Н.В., Ходанен Т.В.

Розглянуто біматеріальний простір, що складається з двох п'єзоелектромагнітних півпросторів зі скінченним набором тріщин уздовж межі розділу матеріалу. Тріщини можуть мати довільну довжину і розташування, їхня кількість також може бути довільною. Приймається, що береги тріщин є електро- і магнітно проникними, а на нескінченності може бути задано змішане механічне навантаження та електричне й магнітне поля, які не змінюються по координаті, співнаправлений з фронтами тріщин. Це означає, що має місце плоска деформація у площині, ортогональній фронтам тріщин.

Із використанням визначальних рівнянь для п'єзоелектричних та п'єзоелектромагнітних матеріалів [1, 2], побудовано представлення електромагнітомеханічних величин через кусково-аналітичну вектор-функцію. За допомогою цих представлень сформульовано задачу лінійного спряження, яку розв'язано аналітично. З використанням одержаного розв'язку визначено в замкнутому вигляді всі необхідні механічні, електричні та магнітні компоненти вздовж межі поділу матеріалів. Оскільки отриманий розв'язок має осциляційну сингулярність у вершинах тріщин, то швидкість звільнення енергії є найбільш важливим параметром для визначення можливості розвитку тріщини в цьому випадку. Його визначено аналітично для всіх вершин тріщин із використанням асимптотичних представлень усіх полів в околі вершин тріщин та інтегрального методу віртуального закриття тріщини.

Чисельні результати представлено у вигляді графіків і таблиць для різних навантажень, розташування тріщин, їхньої кількості та довжини. Особливу увагу приділено випадкам суттєвого зближення окремих тріщин. У таких випадках спостерігається значне зростання швидкостей звільнення енергії, особливо для вершин, що розташовані найближче одна від одної.

1. Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. // Электроупругость / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга / Под. ред. Гузя А. Н. – Киев: Наукова думка, 1989. – Т. 5. – 280 с.

2. Sih G. C., Song, Z. F.: Magnetic and electric poling effects associated with crack growth in BaTiO₃–CoFe₂O₄ composite / G. C. Sih, Z. F. Song // Theor. Appl. Fract. Mech. – Vol. 39. – 2003. – P. 209–227.

Шикула Олена Миколаївна¹, доктор фіз.-мат. наук, професор,
e-mail: ensh@ukr.net;
Жукова Наталія Борисівна¹,
¹Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України,
e-mail: zhukova_n@ukr.net

МОДЕЛЬ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ЗЕРНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

Шикула О.М., Жукова Н.Б.

В умовах достатньо високих навантажень багато композитних матеріалів мають нелінійний характер залежностей між макронапруженнями та макродеформаціями внаслідок фізично нелінійного деформування компонентів. Такий вид нелінійності притаманний композитам на основі пластичної металевої матриці та на основі полімерів при підвищених температурах. Експериментальні дослідження показують [1], що при досить високих температурах нелінійно деформуються також високомодульні матеріали типу скловолокон. Тому актуальним є дослідження фізично нелінійного деформування композитних матеріалів при нелінійному деформуванні як матриці, так і включень.

Розглянемо зернистий композит з нелінійними ізотропними компонентами, який знаходиться в умовах однорідних макродеформацій. Залежності між напруженнями σ_{ij} та деформаціями ε_{ij} можна подати у вигляді

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{pp} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\lambda = K - 2\mu/3; \quad i, j, p = 1, 2, 3), \quad (1)$$

де модулі об'ємного стиску K і зсуву μ – випадкові функції координат, які приймають значення відповідно K_1 , μ_1 і K_2 , μ_2 для включень і матриці, причому об'ємні деформації компонентів є лінійними, тобто модулі об'ємного стиску K_1 , K_2 не залежать від деформацій, а деформації зсуву описуються нелінійними діаграмами.

Виходячи з рівнянь рівноваги, співвідношень Коші та залежностей (1), отримаємо фізично та статистично нелінійні рівняння рівноваги відносно переміщень u_i

$$(\lambda_c + \mu_c) u_{r,ri}^0 + \mu_c u_{i,rr}^0 = -(\lambda' \varepsilon_{pp} \delta_{ij} + 2\mu' \varepsilon_{ij})_{,j} \quad (\lambda' = \lambda - \lambda_c; \quad \mu' = \mu - \mu_c; \quad i, j, p, r = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Усереднюючи співвідношення (1), отримуємо вирази для середніх напружень у вигляді

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = c_1 \lambda_1 < \varepsilon_{pp}^1 > \delta_{ij} + c_2 \lambda_2 < \varepsilon_{pp}^2 > \delta_{ij} + 2c_1 \mu_1 < \varepsilon_{ij}^1 > + 2c_2 \mu_2 < \varepsilon_{ij}^2 >. \quad (3)$$

За допомогою функції Гріна рівняння (2) можна привести до інтегральної форми. Скориставшись методом умовних моментів Л.П. Хорошуна [2], усереднюючи ці рівняння за умовною щільністю, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно середніх деформацій компонентів, визначивши їх з цієї системи і підставивши у співвідношення (3), отримаємо залежності між макронапруженнями $\langle \sigma_{pq} \rangle$ і макродеформаціями $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$, причому ефективні деформативні характеристики композиту будуть функціями макродеформацій $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$. Розв'язок системи нелінійних рівнянь будемо ітераційним методом. При цьому припускаємо, що нелінійні діаграми деформування включень та матриці при малих деформаціях мають лінійні ділянки, яким відповідають модулі зсуву відповідно $\mu_1(0)$ і $\mu_2(0)$.

На основі отриманих залежностей було досліджено ефективні діаграми нелінійного деформування зернистого композиту при різних об'ємних концентраціях компонентів та вивчено вплив нелінійності на деформування композиту. Встановлено, що фізична нелінійність компонентів матеріалу істотно впливає на характер діаграм деформування для всіх значень об'ємного вмісту включень.

1. Вулф Б.К., Ромадин К.П. Авиационное материаловедение / Б.К. Вулф, К.П. Ромадин. – М.: Машиностроение, 1967. – 422 с.
2. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of physically nonlinear stochastic composites // International Applied Mechanics. – 2016. – 44. No 12. – P.1325-1351.

Черній Дмитро Іванович, доктор технічних наук, доцент ,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: D.Cherniy@ukr.net;

Довгий Станіслав Олексійович, д.ф.-м.н., професор, академік НАН України,

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України,

e-mail: s.dovgii@gmail.com ;

Лебідь Олексій Григорович, д.т.н., старший дослідник,

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України,

e-mail: o.g.lebid@gmail.com

ПРО ІСНУВАННЯ ТА ЄДИНІСТЬ РОЗВ'ЯЗКУ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ З ВІДРИВНИМИ ТЕЧІЯМИ

Довгий С.О., Лебідь О.Г., Черній Д.І.

Наведено доведення теорем про існування та єдиність розв'язку задачі щодо гармонічної в площині ОХУ функції $\varphi = \varphi(x, y, t)$ (що має параметричну залежність від часу t), яка при $t > t_0$ задовольняє рівнянню:

$$\Delta \varphi = 0, \text{ для } \vec{r} \in D^+, \quad (1)$$

з крайовими умовами на рухомих границях $L_d(t)$:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{L_d} = (\vec{W}_d, \vec{n})|_{L_d} \quad (2)$$

з крайовими умовами на вільних границях $L_v(t)$:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{L_v}^+ = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{L_v}^- \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(\varphi^+ - \varphi^-)|_{L_v} = 0 \quad (4)$$

з умовами для зовнішньої задачі: $\lim_{|r-r_L| \rightarrow \infty} \nabla \varphi = \vec{V}_\infty$. (5)

з початковими умовами, при $t = t_0$: $L_d(t_0) = L_{od}, L_v(t_0) = L_{ov}$. (6)

Розв'язок φ задачі шукаємо в класі $C^2(D^+(t)) \cap C^1(\bar{D}^+(t))$, тобто $|\Delta \varphi| < \infty$ на $L(t)$. (7)

Розв'язання задачі (1) – (6) у виділеному класі функцій (7) можливо при виконанні умови гладкості меж, яка забезпечується основним фактором фізичного процесу – виникненням відриву, який задовольняє критерію гладкості Вілля. Таким чином, умова Кутта-Жуковського на всіх зламах і кінцях кордонів виконується при природному виникненні відривів. Розв'язок задачі (1)-(6) суттєво залежить від порядку зв'язності області.

References:

1. Dovgiy S.A. The method of singular integral equations and computational technologies / S.A.Dovgiy, I.K. Lifanov, D.I.Cherniy. – Kyiv: "Yuston" (2016).
2. Dovgiy S.O. Algorithms of Discrete Singularities Method of Computational Technologies / S.O. Dovgiy, S.I. Lyashko, D.I.Cherniy // Cybernetics and System Analysis. –2017. – №6. – pp.147-159.
3. Lifanov I.K. Hypersingular integral equations and their applications / I.K.Lifanov, L.N. Poltavskii, G.M. Vainikko. – A CRC Press Company: "Chapman&Hall/CRC" (2004), 398p.

Черній Дмитро Іванович, доктор технічних наук, доцент ,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: D_Cherniy@ukr.net;

Васін Павло Олексійович, аспірант, факультету комп'ютерних наук та кібернетики,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: vasinpavlo@gmail.com

Пилипченко Іван Юрійович, студент 4 курсу, факультету комп'ютерних наук та кібернетики,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: vindiesel2771@gmail.com

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ

Черній Д.І., Васін П.О., Пилипченко І.Ю.

Тенденція розвитку новітніх літальних апаратів різних типів полягає у збільшенні потужності двигунів, оптимізації компоновок та покращення аеродинаміки. Особливий інтерес викликають надмалі індивідуальні літальні апарати, в яких застосовані різні комбінації систем та принципів динамічної підтримки. Принциповим є те, що у даних системах, як правило, застосовується один домінуючий принцип динамічної підтримки (Рис.1-Рис.3), який визначається оптимальними характеристиками конструкції для здійснення польоту.



Рис.1



Рис.2



Рис.3



Рис.4

Але комплексна взаємодія різних принципів динамічної підтримки (яка викликається зміною геометричної орієнтації самого літального апарату у просторі-Рис.4) здатна забезпечити суттєве поширення можливостей як польоту, так і зльоту-посадки літального апарату. Робота присвячена моделям відривних течій ідеальної нестисливої рідини, які придатні для опису змінних процесів динамічної підтримки и здатні виявити спектр пропульсивних параметрів як для тривалого польоту, так і для режиму зльоту-посадки літального апарату.

References:

1. S.A.Dovgiy, I.K.Lifanov, D.I.Cherniy The method of singular integral equations and computational technologies. – Kyiv:"Yuston" (2016).
2. S.O.Dovgiy S.I.Lyashko, D.I.Cherniy. Algorithms of Discrete Singularities Method of Computational Technologies. // Cybernetics and System Analysis, 2017, №6, pp.147-159.
3. I.K.Lifanov, L.N.Poltavskii, G.M.Vainikko Hypersingular integral equations and their applications. – A CRC Press Company:"Chapman&Hall/CRC" (2004), 398p.

VII міжнародна наукова конференція "СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ"
28-30 серпня 2023, Київ, УКРАЇНА

Черній Дмитро Іванович, доктор технічних наук, доцент ,

КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: D.Cherniy@ukr.net;

Васін Павло Олексійович, аспірант, факультету комп'ютерних наук та кібернетики,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: vasinpavlo@gmail.com

Троценко Ярослав Павлович, Ph.D., асистент, факультет комп'ютерних наук та кібернетики,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,

e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИХРОВИХ СТРУКТУР

Черній Д.І., Васін П.О., Троценко Я.П.

Виявлення нових гідромеханічних ефектів та явищ в першу чергу потребує проведення фізичного та обчислювального експерименту, які базуються на технологіях проведення досліджень. Технології моделювання тривимірних вихрових структур [1] (типу торнадо-рис.1, рис.2) та гідродинамічних систем [2] (рис.3, рис.4) містять моделі, які підкоряються законам механіки, задовільняють математичним закономірностям та потребують застосування ефективних методів та алгоритмів обчислень [3,4].



Рис.1

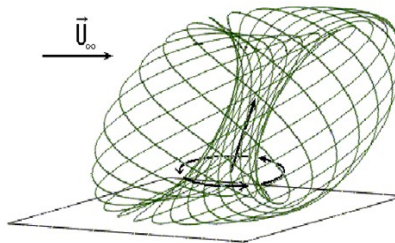


Рис.2

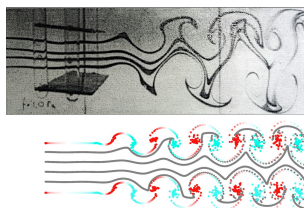


Рис.3

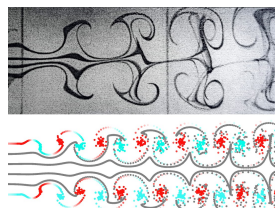


Рис.4

Робота присвячена побудові моделей вихрових структур та структурованих систем, виявленню особливостей динаміки та умов стійкості вихрових структур в нестисливій рідині.

1. Васін П.А., Черній Д.І. Моделирование трехмерной вихревой структуры. // Компьютерная математика. – Київ, Інститут кібернетики НАНУ, 2018, №1, с. 9-16.
2. Довгий С.А. Аэрогидродинамика движущихся крыльев.- Kyiv:"Yuston" (2016), 276p.
3. S.A.Dovgiy, I.K.Lifanov, D.I.Cherniy The method of singular integral equations and computational technologies. – Kyiv:"Yuston" (2016).
4. S.O.Dovgiy S.I.Lyashko, D.I.Cherniy. Algorithms of Discrete Singularities Method of Computational Technologies. // Cybernetics and System Analysis, 2017, №6, pp.147-159.

Яковенко Ніна Дмитрівна, кандидат фіз.-мат. наук
 Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна
 e-mail: ndoksenchuk@gmail.com

Якименко Сергій Миколайович, кандидат фіз.-мат. наук
 Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна
 e-mail: yasm@i.ua

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ З МІКРОСТРУКТУРНИМИ ПЕРЕТВОРЕННЯМИ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Яковенко Н.Д., Якименко С.М.

Чисельне моделювання динамічних термомеханічних процесів у циліндричних непружних тілах з мікроструктурними перетвореннями за умов імпульсного опромінення є досить вагомим під час проектування елементів конструкцій та викликає значний теоретичний і практичний інтерес для аналізу та оцінки міцності деталей.

У даній роботі за допомогою скінченно-елементної методики досліджується поточний і залишковий напружено-деформований та мікроструктурний стани при термомеханічному імпульсному навантаженні. Математична постановка осесиметричної динамічної задачі включає співвідношення Коші, рівняння руху, рівняння теплопровідності, початкові умови, теплові та механічні граничні умови. Для моделювання термомеханічної поведінки матеріалу використовується модель течії Боднера – Партома. Мікроструктурні перетворення враховуються через термотрансформаційну деформацію та залежність границі текучості і тимчасового опору матеріалу від фазового складу [1].

Термотрансформаційна складова деформації $\varepsilon_{ij}^{\theta ph}$ визначається за допомогою формули

$$\varepsilon_{ij}^{\theta ph} = \frac{V^{(\xi)}(\theta) y_{\xi}(\theta) - V^{(\xi)}(\theta_r) y_{\xi}(\theta_r)}{3V^{(\xi)}(\theta_r) y_{\xi}(\theta_r)} \delta_{ij},$$

де θ – поточна температура, θ_r – відлікова температура, y_{ξ} – концентрації фаз, $V^{(\xi)}$ – питомий об'єм для фази ξ .

Нелінійна задача інтегрується за неявною часовою схемою та на кожному кроці лінеаризується за допомогою методу ітерацій. Використовується підхід, розвинений у статті [2].

Параметричний аналіз розв'язку задачі дозволяє управляти товщиною шару зміцнення, залишковими напруженнями та мікроструктурою за допомогою вибору тривалості імпульсу та раціональними вкладами механічного та теплового потоку в ньому.

Достовірність розрахунків забезпечується загальноприйнятими критеріями, такими як використання фізично обґрунтованих рівнянь і моделей, а також використання перевірених ефективних чисельних методів розв'язування крайових задач та використання метода практичної збіжності при конкретних розрахунках.

1. Senchenkov I. K. Modeling of a nonisothermal flow with regard for the dependence of plastic properties on the microstructure of a material [Електронний ресурс] / I. K. Senchenkov, N. D. Oksenchuk // J. Math. Sci. – 2013. – V. 190, N 6. – P. 796-803. – Режим доступу до журн.:

<https://doi.org/10.1007/s10958-013-1289-6>

2. Zhuk Y.A. Axisymmetric dynamic problem of coupled thermoviscoplasticity [Електрон. ресурс] / Y.A. Zhuk, I.K. Senchenkov, V.I. Kozlov, G. A. Tabieva // Int. Appl. Mech. – 2001. 37, No.10. – P. 1311–1317. – Режим доступу до журн.: <https://doi.org/10.1023/A:1013976219144>

Янчевський Ігор Владиславович, доктор фіз.-мат. наук, професор,
 Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
 e-mail: i.yanchevskiy@kpi.ua
 Ліскін Вячеслав Олегович, кандидат техн. наук,
 Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна

ПЛОСКА ХВИЛЯ В НЕСКІНЧЕННІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ З РІДИНОЮ, ЩО МІСТИТЬ ДВА СФЕРИЧНІ ТІЛА

Взаємодія акустичних хвиль з системою тіл у безмежному просторі є предметом численних досліджень. У прикладному контексті такі роботи пов'язані з моделюванням способів видобутку і транспортування газових/рідинних копалин, встановлення принципів організації руху і взаємодії плаваючих частинок, крапель рідини, тощо. Разом з тим, задачі дифракції акустичних хвиль на механічних системах, які містять тіла різної форми, зокрема, і циліндричної, і сферичної, залишаються менш дослідженими.

У даній роботі формулюється і розв'язується задача про дифракцію плоскої стаціонарної хвилі на двох твердих сферичних включеннях, які розташовані на осі заповненої ідеальною стисливою рідиною кругової циліндричної порожнини. З використанням запропонованого у публікації [1] підходу, який включає представлення циліндричних хвильових функцій через сферичні і навпаки, застосування теорем додавання, сформульована гранична задача зведена до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої отримано методом усічення. Отримані співвідношення дозволяють як визначати гідродинамічні параметри в заповнюючій порожнині рідині, так і діючі на сферичні тіла акустичні радіаційні сили [2] у залежності від фізико-механічних та геометричних параметрів механічної системи, частоти ω та амплітуди падаючої хвилі. Проведено низку чисельних експериментів з метою виявлення особливостей акустичних процесів у циліндричній порожнині з рідиною. Зокрема, на рис. 1 зображено поле амплітуди гідродинамічного тиску в околі сферичних тіл у випадку, коли частота ω співпадає з «умовно резонансною» для даної механічної системи [2]. Нормоване значення радіаційної сили, що діє на друге сферичне тіло, показано на рис. 2 як функція від ω .

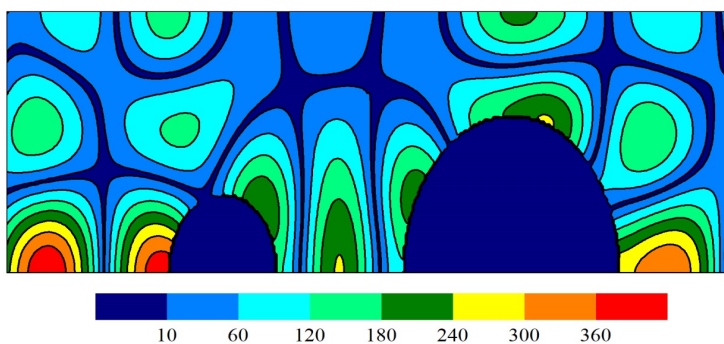


Рис. 1

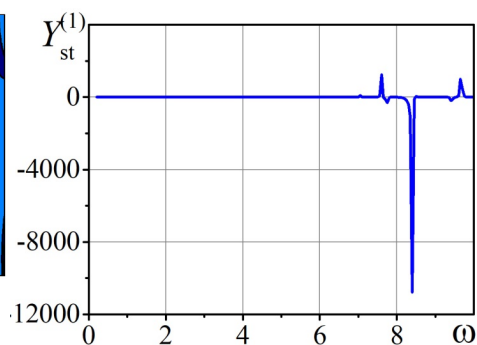


Рис. 2

Отримані результати можуть бути використані для визначення частот падаючої хвилі для реалізації заданого (керованого) руху сферичних тіл у порожнині.

Дані наукові дослідження виконані за підтримки Національного фонду досліджень України (конкурс «Підтримка досліджень провідних та молодих учених», Проєкт 2020.02/0112 «Дифракційні процеси і радіаційні сили в обмежених гідропружних системах»).

1. Kubenko V.D. Diffraction of steady waves at a set of spherical and cylindrical bodies in an acoustic medium / V.D. Kubenko // Int. Appl. Mech. – 1987. – **23**, No 6. – P. 605–610.

2. Zhuk O.P. Acoustic Radiation Pressure on a Solid Sphere in a Compliant Cylindrical Tube Filled with a Fluid / O.P. Zhuk, V.D. Kubenko, Ya.O. Zhuk, I.V. Yanchevskiy // Int. Appl. Mech. – 2022. – Vol. **58**, Iss. 1. – P. 30–42.

Яровой Леонід Костянтинович, кандидат техн. наук,
 КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
 e-mail: yarovoi@univ.kiev.ua

Степахно Ірина Василівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
 НТУ України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail:
stir@ukr.net

УДОСКОНАЛЕННЯ БЕЗКОНТАКТНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ МЕТОДАМИ ТРИХВИЛЬНОЇ ЛАЗЕРНОЇ ВІБРОМЕТРІЇ

Яровой Л. К. Степахно І. В.

Виявлення дефектів у конструкціях за допомогою звукових хвиль – відомий і поширений метод неруйнівного контролю [1]. В цьому підході у певній точці об'єкта збуджуються поверхневі акустичні хвилі, загалом це хвилі Релея, характеристики яких контролюються в іншій точці. Якщо зчитування інформації відбувається безконтактно та віддалено, тоді метод отримує ще більші переваги. Реалізація безконтактного отримання інформації про параметри коливань поверхні досліджуваного об'єкта вирішується, зазвичай, засобами лазерної доплерівської віброметрії [2]. Попри всі переваги лазерної діагностики їй теж притаманні певні недоліки. Один з них - це вплив зовнішнього середовища на зондувальний промінь, що розповсюджується від лазера до об'єкту дослідження. Такий вплив може включати турбулентність повітря, вібрацію лазера або об'єкта дослідження, віддзеркалення та рефракцію на прозорих елементах, що розташовані вздовж траси зондувального променя. Все це впливає на рівень завад, знижує відношення сигнал/шум.

Для вирішення цих проблем ми пропонуємо застосувати метод трихвильової лазерної віброметрії, який полягає в тому, що на об'єкт дослідження спрямовують додатковий зондувальний промінь. Шляхи обох зондувальних променів мають знаходитись у максимально можливій близькості один до одного. А їх амплітуди і фази задані у певних співвідношеннях [3], що в результаті компенсує шкідливий вплив зовнішніх чинників вздовж траси лазерного випромінювання. Запропоноване технічне рішення дозволяє досліджувати швидкоплинні, наприклад, ударні процеси, при яких просторова довжина імпульсу зміщення поверхні об'єкта буде співмірною або меншою за відстань між точками зондування.

Для розширення можливостей трихвильового доплерівського віброметра пропонується також роздільна система, в якій вузол формування двох зондувальних променів з необхідними амплітудно-фазовими характеристиками розташовується безпосередньо біля досліджуваного об'єкта. Тоді як доставка лазерного випромінювання виконується за допомогою світловодної оптики, або безпосередньою подачею променя від віброметра до блоку формування. Така конфігурація має розширені можливості, оскільки дозволяє гнучко підлаштовувати відстань між точками вимірювання до довжини імпульса акустичної хвилі.

В доповіді наводяться результати моделювання запропонованої вимірювальної системи, порівнюються різні конфігурації, розглядаються їх переваги та недоліки. Наводяться також експериментальні дані, що підтверджують переваги застосування трихвильової лазерної віброметрії для віддаленого вимірювання поверхневих коливань.

1. Сучков Г.М. Исследование особенностей распространения поверхностных волн при контроле ЭМА способом. /Г.М.Сучков// Техническая диагностика и неразрушающий контроль. - 2000. № 3. - С. 33-35.

2. Wakata S., Defect detection of concrete in infrastructure based on Rayleigh wave propagation generated by laser-induced plasma shock waves. /S. Wakata, N. Hosoya, etc. // [International Journal of Mechanical Sciences. V. 218. – 2022 – P. 107039.](#)

3. Yarovoi L. A novel approach to reduce the influence of external conditions on the laser Doppler vibrometer signal acting in the nanometer range / L. Yarovoi and I. Stepakhno// Journal of Physics: Conference Series, – 2018. – 1149. – P. 012023-1 – 012023-8

Yashchuk Valeriy, Ph.D., Dr.Sci (Phys.-Math.), Prof, Faculty of Physics,
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
e-mail: yashchukvaleriy@gmail.com;

Grebinyk Anna, Ph.D. (Biology), Researcher,
Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Platanenallee 6, 15738 Zeuthen, Germany,
anna.grebinyk@desy.de

Lebedyeva Iryna, Ph.D., (Phys.-Math.), As.Prof,
Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
e-mail: lebedevai@ukr.net;

Vashchilina Olena, Ph.D., (Phys.-Math.), As.Prof,
Faculty of Information Technologies, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
e-mail: vashchilina@ukr.net

Losytskyy Mykhailo, Ph.D., (Phys.-Math.), Senior Researcher,
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
mlosytskyy@gmail.com

Navozenko Oleksandr Ph.D., (Phys.-Math.), Junior Researcher,
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
e-mail: a.navozenko@ukr.net

SENSOR SYSTEMS WITH OPTICAL RESPONSE

Yashchuk V.M., Grebinyk A.G., Lebedyeva I.V., Vashchilina O.V., Losytskyy M.Yu., Navozenko O.M.

There are two spectroscopy technologies for sensing of some objects or events in nonliving (synthetic) or biological media. These sensitive technology is associated with using 1. Special molecular probes with optical response. As a rule these probes are specially designed and synthesized molecular systems the spectral properties of which is significantly changed under interaction of a sensing object (for example, the fluorescence intensity of one of the molecular probes increase in ~1000 times as a result of its binding to the DNA [1]; 2. Optical properties and their response on some changes in the surrounding media sensitive systems that are the units of sensing objects. The main advantage of such sensing technology is the absence of disturbing of media, including living and non-living objects [2,3].

The paper examines the main principles of functionality of sensor systems of the two types mentioned above. In particular, the main physical reasons that lead to the increase in intensity of the fluorescence of sensor molecules when they are bound to biopolymers are analyzed. Typically examples are presented. The use of molecular fluorescent probes in the window of transparency of biological tissues due to their two-photon excitation is considered. The second part of the work is devoted to the mechanisms of autosensing (the case when the own optical centers of biological systems are used to detect processes occurring in organic media. In particular, the DNA, RNA, Proteins and their interactions detection were examined. Also the possibilities of luminescence detection of the activity of some enzymes in cells, electronic processes in viruses were analyzed.

1. Tokar V.P. Peculiarities of the DNA-Styrylcyanine dye system luminescence / Tokar V.P., Losytskyy M.Yu., Yashchuk V.M.// Ukrainian Journal of Physics. – 2008. – V.53, No.12. – P.1149-1154.

2. Yashchuk V.M. Optical biomedical diagnostics: sensors with optical response based on two-photon excited luminescent dyes for biomolecules detection / Yashchuk V.M., Yarmoluk S.M., Kudrya V.Yu., Losytskyy M.Yu., Tokar V.P., Kravchenko V.M., Kovalska V.B., Balanda A.O., Kryvorotenko D.V. // Advances in Optical Technologies. – 2008. – V.2008, ID 908246.

3. Yashchuk V.M. Some peculiarities of triplet excitations dynamics in organic macromolecules and crystals / Yashchuk V.M., Galunov M. Z., Lebedyeva I.V. et al // J. Molecular Crystals and Liquid Crystals, 2022, 747(1), pp. 3-13.